COMPRENSIÓN DE INFORMACIÓN PARA LA SOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.



Introducción

El estudio de las diversas formas de representar un número y la conversión de un lenguaje ya sea verbal al gráfico o simbólico, conduce a la interpretación de las situaciones y problemas para apropiar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas lineamientos para la comprensión eficiente de éstos.

Lo que lleva a que se tenga un conocimiento básico de aplicación amplia de las matemáticas en el contexto de dominio de toda persona y profesional para enfrentar las situaciones cotidianas de su desempeño.

Se colocan cuestionamientos a modo de autoevaluación para que de acuerdo a lo estudiado identifique sus fortalezas. El conocimiento tratado para sintetizar y concretar la información matemática, le serán de mucha utilidad.

También, encontrará la fundamentación matemática y orientaciones que le faciliten tener éxito para cuando enfrente una situación de esta familia de situaciones o la prueba de razonamiento cuantitativo saber Pro.

!Adelante con su trabajo!

Estructura de contenidos

		Pag.
Mapa temático		3
1	INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN	4
1.1	Tratamiento de la información	4
1.2	Análisis de la información	5
2.	PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES	5
2.1	Comprensión de la información	5
2.2	Interpretación de resultados	6
3.	ELECCIÓN DE ALTERNATIVA	6
3.1	Concretar el resultado	6
3.2	Organización de la información	7
4	APLICACIÓN DE LO ESTUDIADO	7
5	Actividades didácticas	9
6	Glosario	12
7	Recursos bibliográficos	13

Mapa temático



1 INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Una de las familias que integra el razonamiento cuantitativo es la comprensión de datos en diferentes formatos y mediante esta se estudia el conocimiento matemático para valorar lo aleatorio, lo variacional, lo geométrico, lo métrico y lo numérico, con la intención de entender y resolver las problemáticas que se presentan en estos campos.

A continuación se hará el estudio de la familia antes mencionada para hacer la interpretación de la información presentada en formatos desde lo aleatorio, teniendo presente el pensamiento matemático, con lo cual abordaremos dos tópicos, el primero basado en el tratamiento de datos y el segundo en el análisis de datos.

1.1. Tratamiento de la información



Según George Polya los dos primeros pasos que se deben dar para tratar una situación problema presente en matemáticas son: entender el problema y configurar un plan.

En lo primero es preciso leerlo varios veces para apropiarse de este y luego poder expresarlo en sus propias palabras, para esto se pueden tener presente la solución de las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los datos o variables que se exponen?
- ¿Cuál es la condición? ¿Con la condición dada se puede definir la variable?
- ¿Hace falta información? ¿La existente es redundante o contradictoria?.

Una vez realizado el primer paso se configura el plan de trabajo, para esto se hace un resumen escrito donde se apuntan los datos que dan y los que piden; haga un cuadro donde los represente. En esta etapa pueden ser de ayuda los siguientes tips:

- Utilice todos los datos y plantee formas para la solución.
- Determine las operaciones y procesos para resolverlo.
- Tome en consideración otras alternativas para el planteamiento que le conduzca a una respuesta, es decir, conjeture y pruebe (use el método de ensayo y error).
- Resuelva un problema análogo o equivalente que sea fácil de obtener el resultado.
- Haga un diagrama, dibujo o figura o modelo con la información o datos seleccionados, utilice el razonamiento directo e indirecto y use las propiedades de los números.

Cómo puede notarse, el tratamiento de los datos contenidos en un enunciado lleva hacer una interpretación cuidadosa basada en los dos pasos antes explicitados.

1.2 Análisis de la información



El análisis de la información es uno de los procesos que se realiza una vez se ha hecho la organización e interpretación de los datos.

Este proceso se caracteriza por ser teórico y es el resultado de la aplicación de algún instrumento que facilita obtener un conjunto de datos de índole numérico o cuantitativo.

El objetivo al realizar el análisis es indagar en los datos conseguidos como parte del problema o situación con la intención de derivar conclusiones que sirvan para consolidar los resultados o soluciones.

2. PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES

Otro proceso que se realiza después de hecha la interpretación de la información mediante el tratamiento de datos y su análisis, es plantear el esquema o modelo o plan a seguir para determinar la respuesta.

El estudio de lo antes enunciado lo llevaremos a cabo en dos aspectos, el primero fundamentado en comprender la información dada y el segundo en la interpretación de los resultados desde lo aleatorio.

2.1 Comprensión de la información



Una vez realizado el tratamiento de los datos y su análisis, es momento de comprender la información de la situación problema, para confeccionar el esquema o el plan o el modelo y posteriormente ponerlo en marcha.

El boceto de resolución expuesto en el análisis de la información, debe ser utilizado para plantear las operaciones, los procedimientos, los cálculos y el orden a seguir con el fin de llegar a la solución.

Es preciso llevar a cabo lo que se tiene escrito. Las pistas que serán de valiosa ayuda son:

- Poner en marcha la estrategia que determinó para llegar a la respuesta.
- Darse tiempo prudente para solucionar el problema.

- Solicite ayuda o comparta con sus compañeros para que alimente su comprensión.
- No se desanime e intente de nuevo, es posible que el primer intento no sea suficiente y deba a hacer varios para lograrlo, así podrá consolidar la estrategia que le llevará a lograr el éxito.

2.2 Interpretación de resultados



La interpretación de los resultados desde lo aleatorio tiene la intención de encontrar sentido a las respuestas halladas por medio de los datos y el conocimiento que esté al alcance, dando una mirada a la hipótesis para confrontar que se ajuste a la teoría.

Desde la perspectiva del estudio que ocupa al aprendiz, la habilidad de interpretación de resultados es la que pondrá en juego en la segunda fase.

3. ELECCIÓN DE ALTERNATIVA

En este apartado, se realiza el proceso de uso de la instrumentación y operativa requerida para la concreción de resultados de la problemática o pregunta propuesta. Esto se hace en dos fases, en la primera, se expone la indicación que le lleva a lograr una respuesta precisa con las herramientas y procedimientos usados, y en la segunda, se explicitan las herramientas para recopilar y organizar la información.

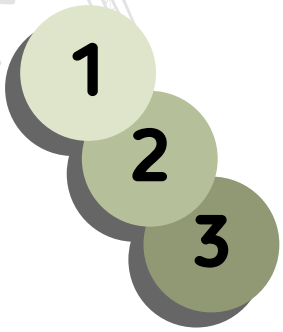
3.1 Concretar el resultado



En esta fase organizamos los datos por medio de dibujos, de tablas y de gráficos. Sea cual sea la herramienta que use, se deben tener en cuenta las relaciones establecidas en logro de los resultados.

Se trata de definir la respuesta de forma completa y correcta. Una vez se logra es momento de comprobar si lo hallado corresponde con los datos dados y los solicitados. Para esto se aplican los procedimientos y operaciones matemáticas, teniendo en cuenta el sentido y significado de éstas para encontrar una respuesta que pueda tener una aplicación amplia o general.

3.2 Organización de la información



Se organiza la información para su análisis e interpretación.

Luego, se hacen las derivaciones que permitan hacer algunas predicciones para elaborar las conclusiones finales.

4. APLICACIÓN DE LO ESTUDIADO



Como ya se mencionó para resolver los ejercicios, situaciones problemas y preguntas es requerido el conocimiento matemático que abarca los cinco tipos de pensamiento: aleatorio, variacional, numérico, métrico y geométrico, además de la aplicación del proceso expuesto.

Es momento de poner en práctica lo estudiado con una situación problema que recoja los conocimientos aprendidos y así con la explicación de ésta poder afianzar habilidades para que luego muestre su aprovechamiento, realizando las actividades didácticas propuestas. De esta forma podrá evaluar su desempeño de comprender y manipular información presentada en formatos de distinto tipo.

Situación Problema

Para pintar las paredes de una casa, se requiere 1 litro (L) de pintura por cada 6 m^2 de área de superficie.

Si las paredes de la casa tienen un área aproximada de 480 m^2. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar todas las paredes?

a. 40 L
c. 100 L
b. 80 L
d. 3.000 L

Proceso Solución

El proceso que nos permite hallar la respuesta a la pregunta es el siguiente:

Paso 1

De acuerdo a lo visto en el primer apartado Interpretación de la información, se debe resumir la situación problema en función de los datos que dan y los que piden, por tanto, éstos son:

- Se utiliza un litro de pintura por cada seis metros cuadrados de pared.
- Se necesita saber cuántos litros de pintura se gastan en cuatrocientos ochenta metros cuadrados.
- Además, es claro que muestra un sistema de medición de unidad de pintura en litro y otro en metro cuadrado para medir el área de las paredes.

Paso 2

Ahora, de acuerdo a lo visto en el segundo apartado, planteamiento de soluciones, se requiere construir una tabla dónde se colocan los datos ya identificados. La tabla se puede denominar “casa pintada” y se muestra a continuación:

TABLA DE CASA PINTADA		
LITROS	**1**	**X**
METROS^2	**6**	**480**

Las operaciones a realizar con los datos organizados en la tabla es un producto y luego un cociente. Otra posible alternativa, es usar múltiplos 10, como se muestra enseguida:

TABLA DE CASA PINTADA (2)									
LITROS	**1**	**10**							**X**
METROS^2	**6**	**60**							**480**

Paso 3

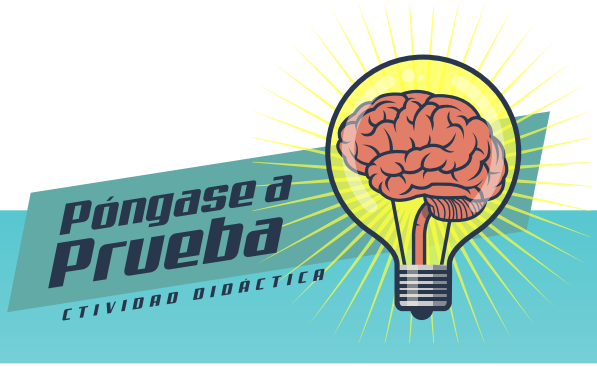
Finalmente, realizamos las operaciones y procedimiento acorde a lo indicado en tercer apartado, elección de alternativa, para determinar la respuesta correcta y establecer ¿cuál es la solución de forma completa?.

$480m^2 * 1\ L/6m2 = 80\ L$

Una vez obtenido el resultado, se prueba si este es acorde y lógico con los datos dados y solicitados. Para el caso encontramos que 80 L al reemplazarlo en la tabla, es proporcional.

Por tal razón, la opción que da respuesta a la pregunta es la **b**.

5. Actividades didácticas



Para afrontar este reto se le propone realizar el proceso que se le explica en la situación problema, con el planteamiento que se hace a continuación:

En la última época se ha venido observando que debido a la deforestación, la extensión de un bosque se ha venido reduciendo aproximadamente en un 10% anual. Actualmente el bosque tiene una extensión de 200 Km^2. Tomando en cuenta estos datos anteriores, responda si el bosque tendrá una extensión menor de 130 Km^2 cuando hayan transcurrido:

A. 2 años **B. 3 años** **C. 4 años** **D. 5 años**

Situación Problema

Proceso de solución. La opción que resuelve el cuestionamiento es la D (5 años). Se revisará a través del proceso presentado de interpretación de la información, planteamiento de la solución y elección de la alternativa, como se halla la respuesta al problema planteado.

De acuerdo a lo mencionado en ***Interpretación de la información***, debemos resumir la situación problema en función de los datos que dan y los que piden, por tanto, éstos son:

- Se disminuye en 10% anual la extensión de un terreno 200 Km^2
- Se necesita saber ¿Qué tiempo tarda para que ésta sea menor a 130 km^2 ?.
- Se muestran dos sistemas de medición distintos, uno de unidad en metro cuadrado y otro en porcentajes.

Proceso Solución

Siguiendo con el planteamiento de soluciones, se requiere construir una tabla dónde se colocan los datos ya identificados. La tabla se denomina deforestación y se presenta a continuación:

Las operaciones a realizar con los datos organizados en la tabla pueden ser:

- Hacer cinco productos para hallar la respuesta, o
- Hacer cinco restas sucesivas.

TABLA DE DEFORESTACIÓN	
% anual	10
Metros^2	200 Extensión dada
Metros^2	130 Extensión solicitada
Tiempo	Valor en años a hallar

Elección Alternativa

Finalmente realizamos la elección de alternativa, para lo cual realizamos las operaciones planteadas según las opciones.

Hacer cinco productos para hallar la respuesta:

En el quinto año se nota 118.08 es menor a 130 por lo que la respuesta correcta es **D.**

Primer Año =	90% x 200 = 180
Segundo Año =	90% x 180 = 162
Tercer Año =	90% x 162= 145.8
Cuarto Año =	90% x 145.8 =131.2
Quinto Año =	90% x 131.2 = 118.08

Elección Alternativa

Hacer cinco restas sucesivas.

Las que muestran de forma clara y precisa que la respuesta es **D.**

Primer Año =	200 - 10% x 200 = 180
Segundo Año =	180 - 10% x 180 = 162
Tercer Año =	162 - 10% x 162= 145.8
Cuarto Año =	145.8 - 10% x 145.8 =131.2
Quinto Año =	131.2 - 10% x 131.2 = 118.08

6. Glosario

Aleatorio: que depende del azar (casualidad).

Autoevaluación: evaluación que alguien hace de sí mismo o de algún aspecto o actividad propios.

Conjecture: formar juicio de algo por indicios u observaciones.

Cuantitativo: perteneciente o relativo a la cantidad.

Dato: información sobre algo concreto que permite su conocimiento exacto o sirve para deducir las consecuencias derivadas de un hecho. A este problema le faltan datos numéricos.

Diagrama: dibujo geométrico que sirve para demostrar una proposición, resolver un problema o representar de una manera gráfica la ley de variación de un fenómeno.

Método: procedimiento que se sigue en las ciencias para hallar la verdad y enseñarla.

Operación: conjunto de reglas que permiten, partiendo de una o varias cantidades o expresiones, llamadas datos, obtener otras cantidades o expresiones llamadas resultados.

Problema: planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos

Razonamiento: serie de conceptos encaminados a demostrar algo o a persuadir o mover a oyentes o lectores.

Solución: cada una de las funciones o cantidades que satisfacen las condiciones de un problema o de una ecuación.

Variable: magnitud que puede tener un valor cualquiera de los comprendidos en un conjunto.

Variación: cada uno de los subconjuntos del mismo número de elementos de un conjunto dado, que difieren entre sí por algún elemento o por el orden de estos.

7. Recursos bibliográficos.

Módulo de Razonamiento cuantitativo SABER PRO 2013 - 1http://www.tecnar.edu.co/sites/default/files/pdfs/M%C3%B3dulo-RAZONAMIENTO%20CUANTITATIVO.pdf [Consulta: 19 de febrero de 2016]

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/educacionprimaria/didactica_mat/04_resolucion_de_problemas.pdf. [Consulta: 17 de febrero de 2016]

GEORGE POLYA: ESTRATEGIAS PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf (Consulta: 17 de febrero de 2016)

Real Academia Española. (2016). Consultado el 10 de marzo de 2016, en: http://www.rae.es/

OBJETO DE APRENDIZAJE	Comprensión de información para la solución de ejercicios y problemas.
Desarrollador de contenido Experto temático	Hugo García Calderón
Asesores Pedagógico	Rafael Neftalí Lizcano Reyes Claudia Milena Hernandez Naranjo
Diseñador Productor Programador	José Jaime Luis Tang Pinzón Victor Hugo Tabares Carreño Daniel Martínez Díaz
Líder Expertos Temáticos	Hugo García Calderón
Líder Línea de Producción	Santiago Lozada Garces

Atribución, no comercial, compartir igual

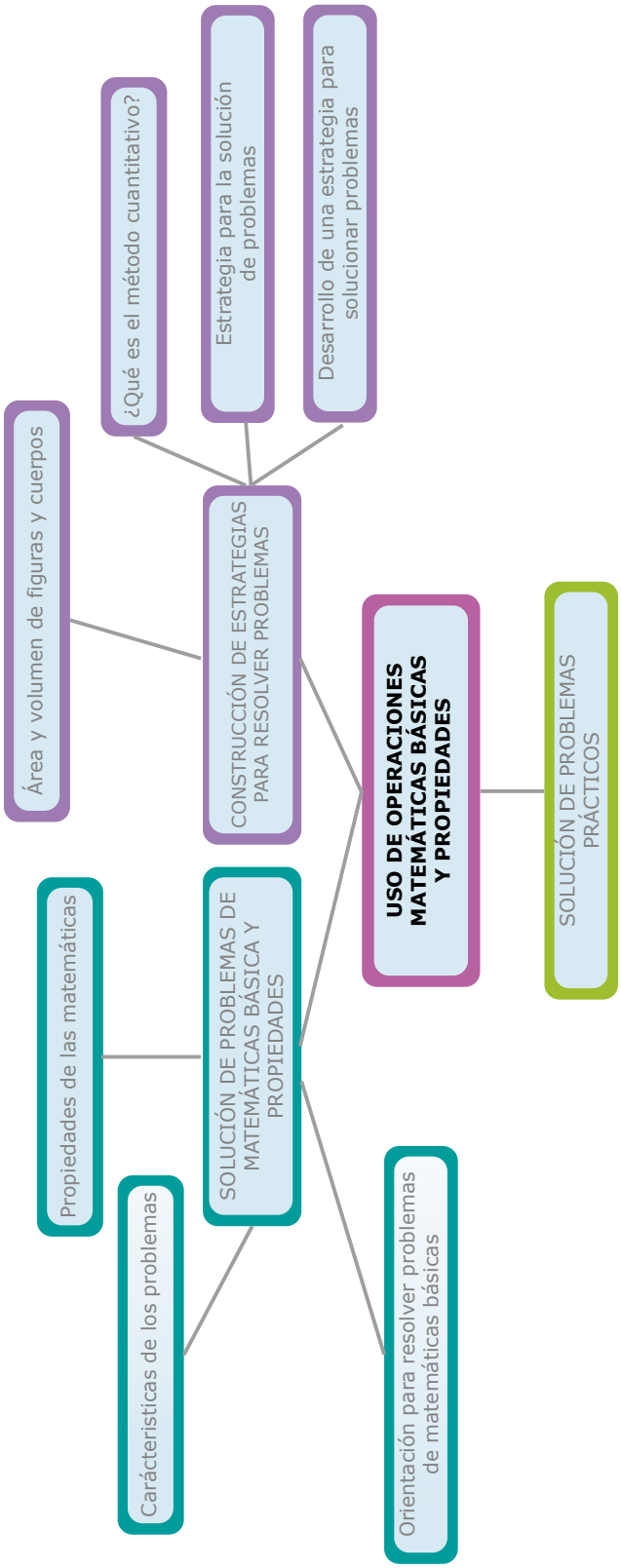
Este material puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

Creative Commons



USO DE OPERACIONES **MATEMÁTICAS BÁSICAS** EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Mapa conceptual
Uso de operaciones matemáticas básicas y propiedades





1. INTRODUCCIÓN

Tratar el conocimiento matemático básico evoca el estudio del significado de sus operaciones, y el conocimiento básico operativo en el álgebra, en el cálculo, en la probabilidad, en la estadística, en la geometría, en lo métrico y lo numérico.

Lo antes mencionado, hace necesario que conozca la conceptualización de la familia de situaciones problemas que abordan las matemáticas básicas desde una mirada de sus procedimientos.

Para ello estudiará la solución de problemas de matemáticas básica y aplicación de las propiedades de las operaciones numéricas. La construcción de estrategias adecuadas, la aplicación de métodos cuantitativos en el análisis de casos, siguiendo las instrucciones indicadas, y el cálculo del área y volumen de figuras y cuerpos aplicando estrategias de acuerdo a lo requerido.

2. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS BÁSICAS Y PROPIEDADES

La solución de problemas es una habilidad propia del desempeño cotidiano de todo ser humano, dado su importancia y aplicabilidad en todo contexto, es preciso estudiar algunos planteamiento que le ayudarán a potencializar su habilidad matemática. Se destaca la caracterización y análisis de las situaciones al igual que las propiedades transferidas en los sistemas numéricos.

La orientación para resolver problemas de matemáticas básicas, las características de los problemas y las propiedades de las matemáticas que serán expuesta a continuación le permitirán fortalecer su competencia y conocimiento matemático, por tanto, le invitamos a que los estudie con esmero, para que su esfuerzo se vea recompensado con buenos resultados.

Para, iniciar se recomienda entender ¿qué es un problema?, luego explíquelo con sus palabras y compártalo con su instructor y compañeros.

Una perspectiva de solución. Un problema es una situación discutible, en la que se busca una explicación de lo que se quiere resolver o a la que se quiere llegar y así determinar el método indicado para hacerlo.



2.1. ORIENTACIÓN PARA RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS BÁSICAS

La solución de problemas es considerada en la actualidad una competencia transversal de aplicación en todas las ocupaciones, profesiones y desempeños cotidianos. En matemáticas, los aprendices experimentan placer y satisfacción cuando resuelven una situación propia de su desempeño.

Un problema o situación es un planteamiento que deriva en un cuestionamiento o pregunta por resolver, que en algunos casos genera entusiasmo su planteamiento y solución. Esto posibilita poner en juego las estructuras cognitivas y el conocimiento lógico, el matemático y el lógico matemático.

Una de las indicaciones, que sirve para resolver con éxito un problema es su comprensión clara, el interés con el que se trabaje, y el empeño para incorporar los conocimientos requeridos, puede ser solo o acompañado de un experto.

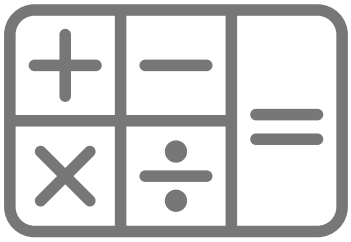


Una vez, se haga el proceso con esmero y cariño este brindará los frutos del esfuerzo hecho.

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS

Generalmente en los problemas o situaciones se destacan seis características comunes que vale la pena mencionar.

PRIMERA	SEGUNDA	TERCERA
No se trata de adivinar el resultado, ni hacer acomodos para lograrlo.	Tienen un campo de aplicación del conocimiento matemático que posibilita la aplicación de algoritmos y procedimientos.	Es un reto que invita a fomentar capacidades y desarrollos de los tipos de pensamiento en matemáticas.
CUARTA	**QUINTA**	**SEXTA**
Tiene un atractivo especial que invita a compartirlo y solucionarlo.	El compromiso se hace desde una primera lectura donde se puede observar su nivel de dificultad.	una vez resuelto se produce una satisfacción notoria de haberlo hecho.



2.3 PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES MATEMÁTICAS

Con la intención de estudiar las propiedades de la matemática básica, se trabajarán las siguientes operaciones: la suma, la multiplicación, y la división basadas en los números naturales; se debe tener en cuenta que éstas operaciones se pueden extender a otros sistemas de numeración.

SUMA: La suma es una de las operaciones que es preciso saber hacer para resolver problemas.

Propiedad conmutativa. El cambio del orden de los sumandos no cambian el resultado

$5 + 7 = 3 + 7 = 12$

Propiedad asociativa. La suma de tres o mas números independientemente de cómo estén ordenados da el mismo resultado.

(7 + 5) + 8 = 7 + (5.+ 8)

12 + 8 = 7 + 13

20 = 20

PRODUCTO: La multiplicación tiene cinco propiedades básicas, que se necesita saber para desarrollarla bien.

Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera al producto, es decir, 2 x 7 = 7 x 2 = 14.

Propiedad asociativa. Si se multiplican tres o más números y el orden de los factores no es el mismo, el resultado no cambia. Ejemplo: (4 x 2) x 3 = 8 x 3 =24 ahora; 4 x (2 x 3) = 4 x 6 = 24, como puede notar el orden en que se hace el producto no altera el resultado.

Propiedad de elemento neutro. Todo número multiplicado por el número uno, da como resultado el mismo número, es decir, no lo altera Esta indica que, al multiplicar cualquier número por el uno, no lo altera, ejemplo: 12 x 1 = 12.

Propiedad distributiva. La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

9 (2 + 3) = 9 x 2 + 9 x 3.

5 x (7 + 2) = 5 x 7 + 5 x 2

5 x 9 = 35 + 10

45 = 45

Propiedad del cero. todo número multiplicado por cero es igual a cero, ejemplo: 7 x 0 = 0

DIVISIÓN: La división tiene dos, la propiedad distributiva, y del cero.

Propiedad distributiva. Dividir la suma de dos números, es igual que dividir

cada una de esas cifras por separado y luego sumarlas, ejemplo: (18 + 24) ÷ 3 es igual a (18 ÷ 3) + (24 ÷ 3), en ambas es igual a cinco.

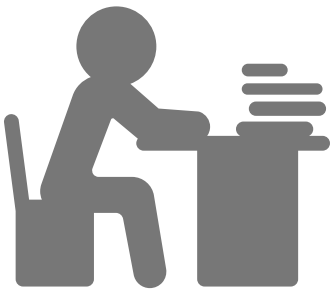
Propiedad del cero. El número CORE dividido por cualquier número da siempre CERO 0 ÷ 9 = 0

Para finalizar, tenemos dos propiedades que merecen ser tenidas en cuenta, la primera, es la propiedad clausurativa, que indica: al operar con números que pertenecen a un mismo conjunto, su resultado debe estar en éste. La segunda, es la propiedad uniforme, que indica: si a los dos miembros de una igualdad adicionamos o multiplicamos o dividimos por un mismo número, la igualdad no se altera.

3. CONSTRUCCIÓN DE ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Inicialmente encontrará el **problema y sus características**, con esta información se determinan las pautas con las que se le intentará dar solución. A continuación se estudia el proceso que facilita llevar a cabo el planteamiento, desarrollo y obtención de los resultados. Lo cual le servirá de referente para definir su **propia estrategia** y afrontar los ejercicios, problemas y preguntas que se le presenten en el campo de la matemática básica.

Otro de los aspectos que encontrará al estudiar este apartado, es el **método cuantitativo**, y la determinación, el cual es importante que conozca para cuando se le presenten problemas básicos de estadística, modelos matemáticos o de análisis descriptivo. También, se hace una aproximación al estudio del **área** de algunas figuras geométricas y el **volumen** de algunos sólidos.

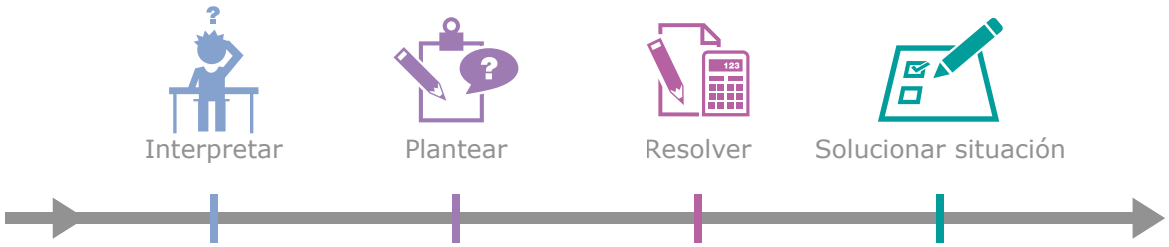


3.1 ESTRATEGIA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Esta sección estudia una estrategia para la solución de problemas de matemáticas básica. El proceso presenta las siguientes acciones: interpretar, plantear, resolver y solucionar situaciones. Se debe entender que una situación o problema tiene las características que ya se han estudiado, el planteamiento debe ser claro, preciso y debe conducir a un resultado, es decir, debe definir como hacerlo.

Una vez se trace el trayecto, se plantea el procedimiento y se define que operaciones se requieren para el trabajo. Con las operaciones definidas es necesario validar si se tiene la competencia para realizarlas o se requiere consulta y asesoría para hacerlo. Por último, resuelve la situación o problema y

se desarrollan problemas similares pero con números naturales, esto facilita la apropiación del algoritmo para fomentar la habilidad y experticia en la solución de problemas.



Pasos para una estrategia de resolución de problemas

3.2 DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS

Se deben tener presentes las indicaciones dadas en la sección anterior, ya que serán de mucha utilidad para establecer una estrategia propia y enfrentar situaciones o ejercicios de matemáticas básicas y en la prueba saber Pro.

También será de mucha utilidad revisar las características de los problemas de matemática básica explicadas. Una vez apropiados los aspectos antes indicados, es bueno que comience a construir su propia estrategia.

Puede enriquecerla con la estrategia de George Polya.

Si aún presenta dificultades en el desarrollo de tu estrategia para solucionar problemas pide ayuda con tu tutor para que te brinde otra alternativa.

Explique de forma escrita a que hace referencia la etapa de comprender el problema, la de trazar un plan para resolverlo, la de poner en práctica el plan y la de comprobar los resultados.

3.3 ¿QUÉ ES EL MÉTODO CUANTITATIVO?

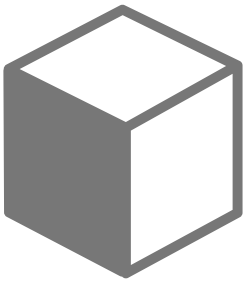
Es un método que usa como base las estadísticas o los modelos matemáticos para obtener cifras indicadores que al analizarse con otras faciliten el proceso de toma de decisiones para responder problemas. Algunos ejemplos de este desarrollo son el presupuesto, las prioridades, la planeación, el control de calidad entre otras.

Dentro de las técnicas que usa para encontrar resultados, se encuentran:

- El análisis descriptivo
- El análisis exploratorio
- El inferencial univariado
- El diferencial multivariado
- La modelación.

El proceso que se usa para derivar resultados presenta las siguientes fases:

- Identificar y definir el problema de forma clara y concisa, definir objetivos claros, medibles y establecer la situación inicial.
- Desarrollar el objeto, concepto o conjunto de relaciones que se utiliza para representar y estudiar de forma simple y comprensible una porción de la realidad empírica.
- Adquirir los datos y obtener los parámetros inherentes al problema que servirán para realizar estimaciones.
- Desarrollar el modelo hasta encontrar una solución que satisfaga.
- Comprobar si la solución obtenida es correcta.
- Analizar los resultados para detectar si hay algún error en los datos
- Implementar lo logrado y vigilar las condiciones durante el proceso.



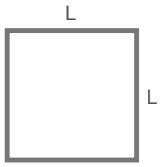
3.4. ÁREA Y VOLUMEN DE FIGURAS Y CUERPOS

ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

El perímetro de una figura geométrica plana es la suma de las longitudes de los lados.

El área, su significado literal corresponde, a una superficie acotada, que se distingue de lo que la rodea, esto establece la noción de un

superficie encerrada por una figura geométrica. Las principales figuras son el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, el rombo, y círculo.

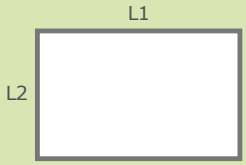


Área del cuadrado es igual al producto de la longitud de su base y la longitud de su altura. Como la base y altura son iguales entonces, el área es el producto de la longitud de un lado por el mismo.

Área = L x L

El ***perímetro*** es la suma de sus cuatro lados.

Perímetro = L + L + L + L



Área del rectángulo es igual al producto de la longitud de su base y la longitud de su altura.

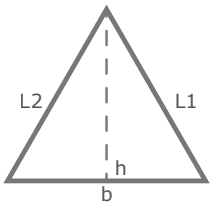
Área = L1 x L2

El ***perímetro*** es la suma de sus cuatro lados.

Perímetro = L1 + L2 + L1 + L2

Área del triángulo, es igual a la mitad del producto de su base y su altura.

El ***perímetro*** es la suma de sus tres lados.

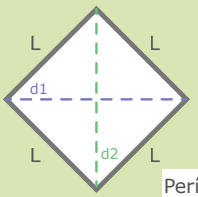


$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

Perímetro = b + L1 + L2

Área del rombo, es igual a la mitad del producto de sus diagonales.

El ***perímetro*** es la suma de sus cuatro lados.



$$\text{Área} = \frac{d1 \times d2}{2}$$

Perímetro = L + L + L + L

Área del círculo está dada por la fórmula $\Pi \times r^2$ donde r es el radio del círculo.

$$\text{Área} = \Pi \times r^2$$

El perímetro se dá con la fórmula $\Pi \times d$ donde d es el diámetro del círculo.

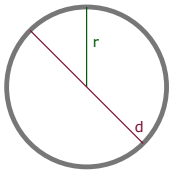
Perímetro = $\Pi \times d$

Recuerde que

d = 2r

Π = 3,1416

es una constante matemática



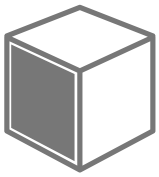
ÁREAS Y VOLÚMENES DE CUERPOS.

El concepto de área ya fue tratado, ahora se trabajará con el volumen. El volumen de un cuerpo geométrico es la medida del espacio que lo contiene.

La unidad de medida utilizada es el metro cúbico = m^3, es una magnitud métrica de tipo escalar definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio.

A continuación se definen el área y volumen de los principales cuerpos geométricos, ellos son, el cubo, el prisma, la pirámide, el cono, el cilindro y la esfera.

Área y volumen del cubo

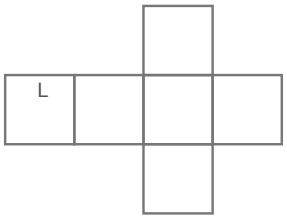


Un cubo está formado por seis cuadrados iguales.

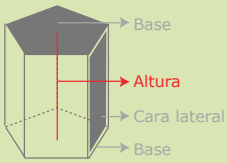
El área de un cuadrado — Área cuadrado = L x L

área (cubo) = 6 x (L x L) — Área cubo = 6 x (L x L)

volumen (cubo) = L x L x L — Volumen cubo = L x L x L



Área y volumen del prisma



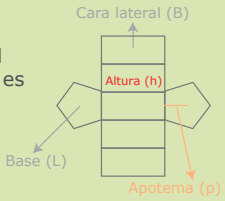
Área y volumen del prisma. El área es la suma del área lateral más el área de las dos bases. El volumen de cualquier prisma es el producto de la área de la base y su altura.

$Área_T = área_L + 2área_B$

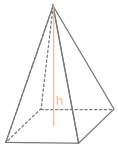
Volumen = $área_{base}$ x h

$Área_L$ = p x h

$Área_B$ = 2 b



Área y volumen de la prirámide



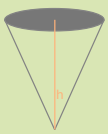
Para encontrar la medida de la superficie se halla el área lateral y luego la total.

El área lateral es igual al perímetro del polígono de la base multiplicado por la altura de una cara lateral, o apotema, de la pirámide y dividido entre 2.

El área total es igual al área lateral más el área del polígono de la base.

El volumen de cualquier pirámide es igual a un tercio del producto del área de su base y la altura.

Área y volumen del cono



Para encontrar la medida de la superficie se halla el área lateral y luego la total.

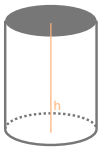
El área lateral es igual a un medio de la circunferencia de la base multiplicado por la apotema.

El área total es igual al área lateral más el área de la base.

El volumen de cualquier pirámide es igual a un tercio del producto del área de su base y la altura.

El volumen de un cono cualquiera es igual a un tercio del producto del área de su base por su altura.

Área y volumen del cilindro



Para encontrar la dimensión de la superficie se halla el área lateral y luego la total.

El área lateral es circunferencia de la base por la altura.

El área total es igual al área lateral más el área de las bases.

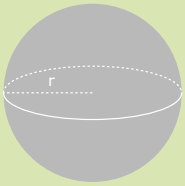
El volumen de un cilindro circular es igual al producto del área de su base y la longitud de su altura.

Área y volumen de la esfera



Área esfera = $4\Pi \times r^2$

Volumen esfera = $\frac{4}{3}\Pi \times r^3$



4. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRÁCTICOS.

PROBLEMA DE PROBABILIDAD.



¿Cuál es la probabilidad de que al tirar un dado obtenga 3?

SOLUCIÓN. Cómo nos enfrentamos a un caso de probabilidad simple debemos aplicar la siguiente fórmula.

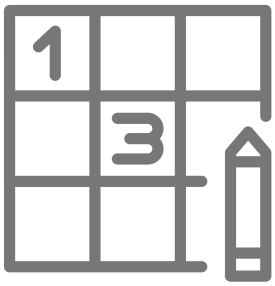
$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Número de veces que el evento sucede}}{\text{número total de posibilidades resultados}}$$

Sustituyendo los datos en esta, debemos obtener el número total de posibles resultados al tirar un dado. El dado tiene 6 números entonces ese será nuestro total de posibles resultados.

Ahora, debemos calcular en número de veces que se puede obtener

Simplificando obtenemos que la probabilidad de sacar un 3 en el dado es 0,166

PROBLEMA CUANTITATIVO DE ALGEBRA.



Si tenemos dos números tales que su suma es igual a 34, y el doble del mayor excede en 20 al menor, ¿cuáles son esos números?

SOLUCIÓN. Lo primero que debemos hacer es identificar en este problema cuántas incógnitas se tienen.

Nos piden determinar dos números uno mayor que el otro. Utilizaremos las letras a y b para representar las incógnitas y como uno es mayor que el otro diremos que a > b.

Para hallar la solución plantemos tantas ecuaciones como incógnitas se tengan, es decir, como tenemos dos incógnitas deberemos plantear dos ecuaciones. Las ecuaciones las deducimos de la información dada.

Tenemos que las suma de los dos números es 34, con lo que tenemos la primera ecuación, es decir, a + b = 34. La segunda. se obtiene del dato: el doble del mayor excede en 20 al menor, es decir, 2a = b + 20

Ahora tenemos un sistema de ecuaciones de 2X2, y primero empleamos el método por sustitución para solucionarlo

Si despejamos en la primera ecuación obtenemos: b = 34 - a con lo cual obtenemos una tercera ecuación.

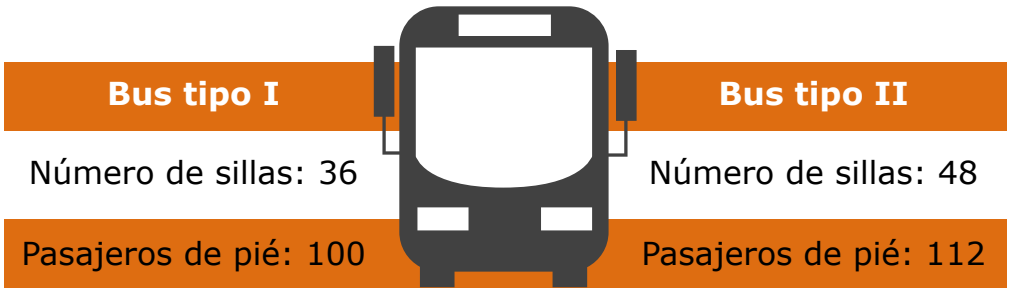
Ahora, si sustituimos el valor de b de la tercera ecuación en la segunda, obtenemos: 2a = (34 – a) + 20, al resolver esta temenos 2a = (34+ 20) - a,

Ahora sumamos y unimos términos semejantes y se obtiene 2a + a = 54 con lo que tenemos 3a = 54 despejando x el resultado es a = 18

Si reemplazamos el valor de x en la tercera ecuación obtenemos el valor numérico de b = 16. Por tanto la solución es a = 18 y b = 16.

PROBLEMA CUANTITATIVO.

Un sistema de transporte urbano en una ciudad de Colombia utiliza dos tipos de buses. La tabla muestra la información del número de pasajeros que puede transportar cada tipo de bus.



El sistema de transporte cuenta con un total de 75 buses tipo I y 60 tipo II. La expresión que permite determinar la capacidad máxima de pasajeros que pueden transportar la totalidad de buses es

A. [75×(36+48)]+[60×(100+112)].

B. (75+60)×(36+100+48+112).

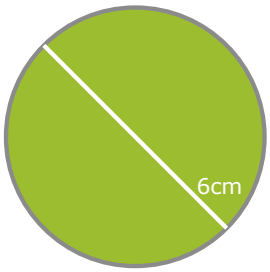
C. (75+60)+(36+100+48+112).

D. [75×(36+100)]+[60×(48+112)].

Solución (D) Dado que el total de buses tipo I es 75 y la máxima cantidad de pasajeros por bus se describe mediante la suma del número de sillas con el número de pasajeros de pie (36+100) se tendrá que la expresión que calcula el total del máximo número de pasajeros en todos los buses tipo I será el producto de la suma

PROBLEMA DE PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

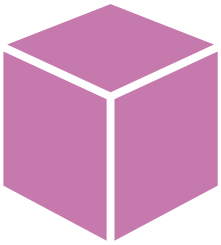
Hallar la circunferencia y área de un círculo de diámetro 6 cm



Solución. Aplicando lo visto en la sección areas y volumenes de figuras geométricas en lo concerniente al círculo tenemos: que el perímetro es igual ∏.d por tanto la circunferencia es ∏ cm. Ahora, el área es ∏ como un diametro son dos radios, un radio será medio diámetro por lo que el área es ∏ lo que da como resultado $9cm^2∏$.

PROBLEMA ÁREA Y VOLUMEN DE CUERPOS.

Un cubo tiene por superficie total 360 cm^2 ¿Qué volumen tiene este cubo?



Solución. Aplicando lo visto en la sección areas y volumenes de cuerpos en lo atinente al cubo tenemos: que la superficie del es cuadrado, es la suma del área de seis cuadrados, por lo que 150 cm^2 = 6x2 donde x es la longitud de un lado de un cuadrado; al dividir en la ecuación cada miembro por 6, obtenemos x^2=25 cm^2 al sacar raíz cuadrada a cada miembro obtenemos que x = 5cm por lo que el lado del cubo es 5 cm.

Ahora, el volumen del cubo es el producto del área de un cuadrado por la longitud de lado, es decir. (área de un cuadrado)(lado) = (5 cm X 5 cm) (5 cm) = (25 cm^2)(5 cm) = 125 cm^3 por tanto el volumen es 125 cm^3

5. ACTIVIDADES DIDÁCTICAS – SUGERIDAS POR EL EXPERTO

ACTIVIDAD No 1.

Revise de nuevo la estrategia de estudio propuesta por George Polya.

Una vez lo haya hecho, explique de forma escrita y con sus palabras a que hace referencia cada uno de los pasos del método: paso 1, Entender el problema; paso 2, Configurar un plan; paso 3, Ejecutar el plan y paso 4 Mirar hacia atrás. Esta explicación debe compartirla con su instructor y compañeros.

ACTIVIDAD No 2.

Resuelva los siguientes problemas referentes al tema tratado de áreas y perímetros de figuras geométricas:

a) ¿Cúal es el área y el perímetro de una cancha de fútbol de 94m de largo por 55m de ancho?

b) ¿Cúal es el área y el perímetro de un círculo de 23cm de diámetro?

c) ¿Cúal es el área y perímetro de un triángulo de 32cm de base y 44cm de altura?

ACTIVIDAD No 3.

Resuleva los siguientes problemas de volúmenes y superficie:

a) ¿Cúal es la superficie de una esfera de $12cm^3$ de volumen?

b) ¿Que volumen tiene un cubo de 24cm de base?

c) ¿Cúal es el volumen de un cono de radio base 4cm y altura 8cm?

6. GLOSARIO

Algoritmo: conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema.

Analizar: parte de las matemáticas basada en los conceptos de límite, convergencia y continuidad, que dan origen a diversas ramas; cálculo diferencial e integral, teoría de funciones, etcétera.

Estructura: disposición o modo de estar relacionadas las distintas partes de un conjunto.

Fórmula: representar mediante signos matemáticos las relaciones entre las diferentes magnitudes de un enunciado.

Lógica: que opera utilizando un lenguaje simbólico abstracto para representar la estructura básica de un sistema.

Perímetro: medida del contorno de una figura.

Plan: escrito en que sumariamente se precisan los detalles para realizar una obra.

Problema: planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Situación: conjunto de factores o circunstancias que afectan a alguien o algo en un determinado momento.

Técnica: conjunto de procedimientos y recursos de que se sirve una ciencia o un arte.

Volumen: magnitud física que expresa la extensión de un cuerpo en tres dimensiones, largo, ancho y alto, y cuya unidad en el sistema internacional es el metro cúbico (m3)

7. RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS

HEMMERLING, Edwin. Geometría elemental. ed. Limusa. ISBN 968-18-0651-4. México. 2002. 498p

Youtube. La eduteca-pasos para resolver un problema de matemáticas https://www.youtube.com/watch?v=preUTdOwXhU (consultado 22 de febrero de 2016).

Estrategia de estudio (Método POLYA) https://www.youtube.com/watch?v=-919CQtH2H2w (consultado 22 de febrero de 2016).

Escudero, J. (s.f.). Resolución de problemas. (Consultado el 09 de junio de 2014), en: http://platea.pntic.mec.es/jescuder/prob_int.htm#0

Fernández, S. (1992). Prensa y educación Matemática. Madrid, España: Síntesis.

Grupo Cero. (1984). De 12 a 16. Un currículum de Matemáticas. Valencia, España: Mestral Libros.

Guzmán, M. (1984). Para pensar mejor. Barcelona, España: Labor.

Hofstadter, D. (1979). Gödel, Escher, Bach: Un eterno y grácil bucle. Nueva york, Estados unidos: Basic books

Ministerio de Educación y Ciencia. (1985). Informe Cockcroft. Consultado el 09 de junio de 2014, en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=9228:las-matemcas-suentan-informe-cockcroft&catid=53:libros-de-divulgaciatemca&directory=67

N.C.T.M. (1991). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Sevilla, España: Ed. Sociedad andaluza de educación matemática "Thales".

Polya, G. (1968). Cómo plantear y resolver problemas. México, México: Editorial Trillas.

Real Academia Española. (2001). Algoritmo. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=algoritmo

Real Academia Española. (2001). Análisis. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=an%C3%A1lisis

Real Academia Española. (2001). Analogía. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=analog%C3%ADa

Real Academia Española. (2001). Diagrama. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=diagrama

Real Academia Española. (2001). Estrategia. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=estrategia

Real Academia Española. (2001). Formula. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=formulas

Real Academia Española. (2001). Heurístico. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=heur%C3%ADstico

Real Academia Española. (2001). Plan. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=plan

Real Academia Española. (2001). Simetría. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://lema.rae.es/drae/?val=simetr%C3%ADa

Santaló. L. (1985). Enseñanza de la matemática en la escuela media. Buenos Aires, Argentina: Ed. Docencia.

Universidad Cooperativa de Colombia. (s.f.). Programa del curso fundamentos de física. Consultado el 09 de junio de 2014, en: http://www.fismec.com/recursos/servicios/funfisica.pdf

Wordreference. (2005). Problema. Consultado el 16 de julio de 2014, en: http://www.wordreference.com/definicion/problema

8. CONTROL DE DOCUMENTO

OBJETO DE APRENDIZAJE	Uso de operaciones matemáticas básicas en la solución de problemas
Desarrollador de contenido Experto temático	Hugo García Calderón
Asesor Pedagógico	Rafael Neftalí Lizcano Reyes Claudia Milena Hernandez Naranjo
Productor Multimedia	Antonio Vecino Valero Víctor Hugo Tabares Carreño
Programadores	Daniel Martínez Díaz
Líder Expertos Temáticos	Hugo García Calderón
Líder Línea de Producción	Santiago Lozada Garcés

Atribución, no comercial, compartir igual

Este material puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

Creative Commons

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS, MODELACIÓN, LÓGICA, CONJUNTOS Y TRIGONOMETRÍA

1. INTRODUCCIÓN.



Identificar un procedimiento para resolver un problema, infiere tácitamente de modelar y fomentar un tipo de competencia de la lógica del contexto, y del pensamiento matemático, lo que se convierte en algo habitual en el desempeño cotidiano de la solución de problemas.

Por lo antes enunciado, se hace necesario conocer la conceptualización de estos desde una mirada tecnológica de los diferentes procedimientos tradicionales de la matemática y también hacer comprensión de la lógica, de conjuntos y de trigonometría.

Para ello, estudiaremos. la competencia matemática desde el enfoque de los cinco tipos de pensamientos, y haremos una mirada a la modelación y una aproximación de la lógica, también, qué es un conjunto, una función trigonométrica y números complejos.

Finalmente, estudiaremos el razonamiento inductivo, y el planteamiento y solución de situaciones problema de lo tratado. que serán un aporte a su comprensión de los procesos formativos, laborales y tecnológicos.



2. ESTRUCTURA DE CONTENIDOS.

1. Introducción.....1

2. Estructura de contenidos.....2

3. Mapa conceptual.....3

4. Desarrollo de contenidos.....4

1. Una aproximación a competencias matemáticas y modelación.

1.1. Competencias matemáticas.

1.2. Modelación en matemáticas.

2. Lógica, conjuntos y trigonometría.

2.1. Lógica y conjuntos.

2.2. Trigonometría y números complejos.

3. Practiquemos los estudiado.

3.1. Problema de razón trigonométrica.

3.2. Problema de ecuación trigonométrica.

3.3. Problema de número complejo.

3.4. Problema de patrón lógico inductivo.

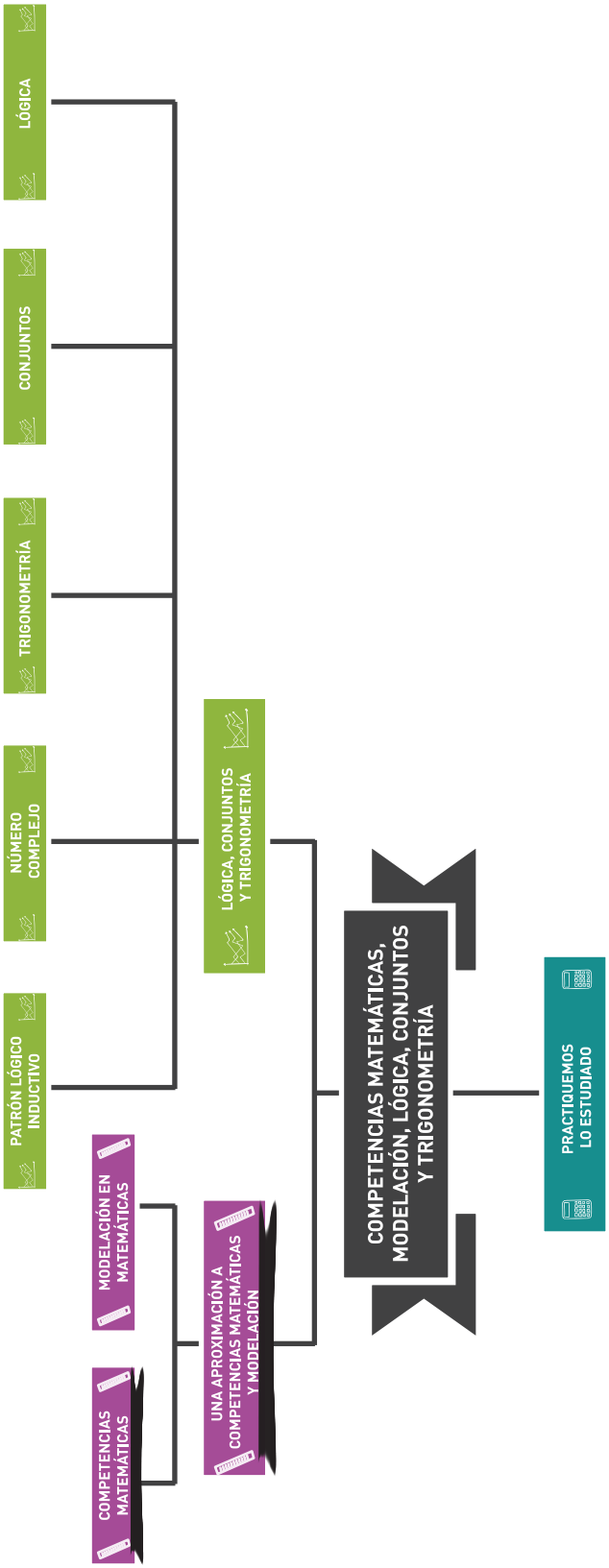
5. Actividad didáctica.....21

6. Glosario.....23

7. Recursos bibliográficos.....24

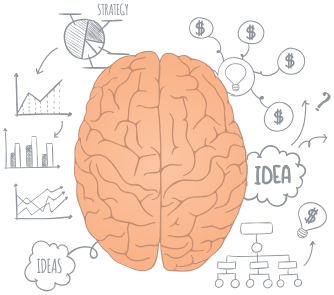
8. Control de documento.....25

3. MAPA CONCEPTUAL.



4. DESARROLLO DE CONTENIDOS.

1. Una aproximación a comptencias matemáticas y modelación.



En los últimos diez años, los avances que se presentaron en algunos campos de la tecnología ocasionaron en la educación la necesidad de replantear el rumbo de la enseñanza y/o el aprendizaje, para que no sólo se limite a la reproducción de conocimientos, sino que tenga en cuenta el fomento de habilidades que permitan el desempeño en contextos de cambios permanentes en el mundo cotidiano.

Lo anterior, contiene la pretensión que nos anima a estudiar este apartado; una visión de competencia matemática desde la perspectiva de los cinco tipos de pensamiento que la constituyen; y su estrecho vínculo con la modelación matemática para enfrentar problemas de matemáticas básica en contexto.

1.1. Competencias matemáticas.

La definición de competencia matemática se entiende hoy como la integración del pensamiento lógico y el pensamiento matemático. Del segundo deriva en cinco tipos de pensamiento que se interrelación entre sí, acorde a la situación y al contexto que interactúe, como el pensamiento numérico, el geométrico, el aleatorio, el variacional, y el métrico.

Lo anterior, es un enfoque aborda la comprensión de cada uno de los tipos de pensamiento enunciados, que de forma sintética los podríamos expresar por sus característica sobresalientes, así:

PENSAMIENTO NUMÉRICO

Se caracteriza por estar ligado al número y las estructuras, por tanto, el medio que posibilita el desarrollo de este, son los sistemas numéricos con sus operaciones tales como la suma , la multiplicación, la resta y la división. todo lo cual aborda una comprensión a fondo de lo que es el número.

PENSAMIENTO ESPACIAL

Se caracteriza por el estudio del espacio temporal y ligado a los sistemas de representación de objetos en el espacio y sus interrelaciones por medio de la geometría.

PENSAMIENTO MÉTRICO

Es el que se ocupa de la medición, de manejar equivalencias en los sistemas de medida, es el que juego un papel importante en los procesos de construcción y transformación de los objetos del mundo que nos rodea.

PENSAMIENTO ALEATORIO

Se caracteriza por situaciones de incertidumbre, del azar, del riesgo o de la ambigüedad, y acude a las las estructuras y sistemas matemáticos para obtener información precisa.

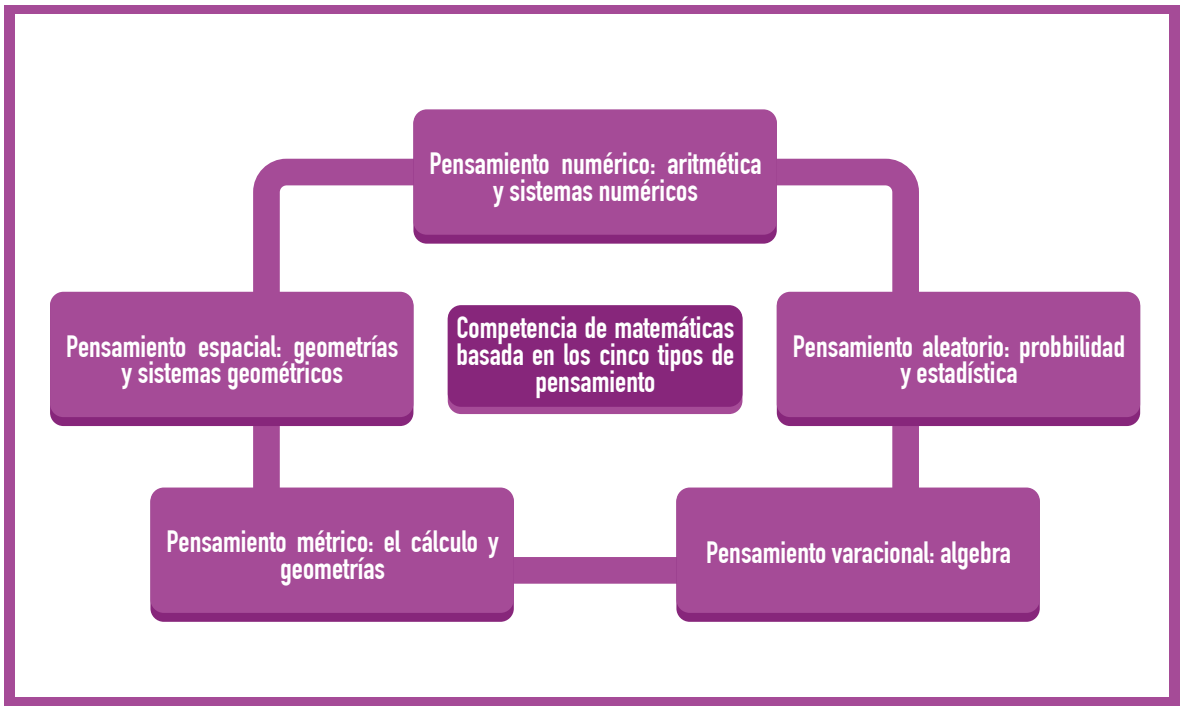
PENSAMIENTO VARIACIONAL

Se caracteriza por la variación y el cambio; se fundamenta en la construcción y estudio de los sistemas algebraicos y análiticos. En la siguiente sesión trataremos la modelación matemática, que emerge específicamente de este tipo de pensamiento.

1.2. Modelación en matemáticas.

La definición de competencia matemática integra la noción de modelización matemática, la que es uno de los pilares del marco conceptual del pensamiento lógico y matemático.

En la Figura 1 se presenta un esquema de cómo el pensamiento matemático se ponen en juego en el proceso de modelar para resolver problemas en contexto, mediante uno o varios de los tipos de pensamiento.

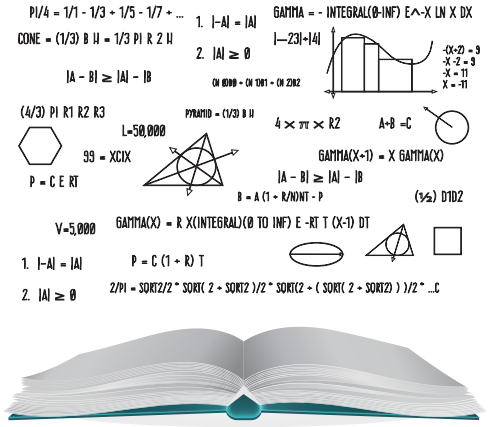


Vasco (2010) plantea que existen dos tipos de matemática que conviven, la estática y la dinámica, en la segunda describe que, “la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulan la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad”(p.10), entendemos entonces que la modelación matemática es un proceso dinámico de producción, que culmina con la concreción de un sistema o modelo constituido de un diferencial de la realidad de un contexto.

Por lo que un modelo es una construcción teórica, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad, que se elaboró para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento. Finalmente, siguiendo con lo expuesto, los tipos de pensamiento de la figura 1, pueden enfocarse para entenderlo de forma dinámica o estática.

2. Lógica, conjuntos y trigonometría.

En este apartado estudiará bases de lógica y conjuntos, de trigonometría y números complejos, y de razonamiento inductivo. En ellos aprenderá, a operar con proposiciones, y conjuntos; planteamiento y solución de alguna situación problemática.



Al igual, emplear, razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en la resolución de problemas relativos a cálculos de alturas, distancias, ángulos y situaciones relacionadas con conceptos básicos de números complejos. También, y hará una introducción a los patrones lógicos de manera inductiva.

2.1. Lógica y conjuntos.

En esta sección estudiará la base de la lógica matemática, lo cual le sirve de fundamento al razonamiento matemático. Verá, las proposiciones, cómo se conectan y el uso de tablas de verdad, en lo que definiremos las principales equivalencias lógicas. Luego, estudiará, conjuntos, estableciendo las operaciones que se aplican sobre estos.

LÓGICA. Una proposición es cualquier enunciado lógico al que se le pueda asignar un valor de verdad: V o falsedad: F.

Entre las proposiciones se realizan operaciones con su valores de verdad o falsedad que facilitan lograr resultados, que se inicia a continuación con la proposición p y su negación

Negación. Al negar la proposición p es -p y su valor se muestra enseguida.	p	-p
	V	F
	F	V

Otras operaciones que se realiza con las proposiciones p, q , es la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional, que es muestra a continuación en cada tabla de verdad.

Conjunción. El resultado de las proposiciones p y q es verdad cuando ambas lo son. Falso en el resto. Su notación es p ^ q, y se lee, p y q.

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción. El resultado de las proposiciones p o q es verdad cuando al menos una de las dos es verdad, y falsa en el resto. Su notación es p v q, y se lee, p o q.

p	q	p ˅ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional. Es el resultado de las proposiciones p entonces q, es falsa sólo cuando p es verdadera y q es falsa. Su notación es p → q, y se lee, si p entonces q.

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Disyunción. El resultado de las proposiciones p o q es verdad cuando al menos una de las dos es verdad, y falsa en el resto. Su notación es p v q, y se lee, p o q.	p	q	p ˅ q
	V	V	V
	V	F	V
	F	V	V
	F	F	F

Finalmente, dos proposiciones p y q son equivalentes si les corresponde la misma tabla de verdad.

CONJUNTOS. Un conjunto de forma coloquial, es una colección de elementos o miembros con una característica común de pertenecer de algún modo a él. Existen unas operaciones básicas que permiten realizarse entre los conjuntos y sus elementos, dentro de uno de referencia, como las que se definen a continuación:

Conjunto universal, es el que se toma como referencia y consta de todos los objetos y conjuntos de estudio en un contexto dado.

Unión, sean A y B dos conjuntos, el conjunto A B es el que tiene cada elemento que está por lo menos en uno de ellos.

Intersección, sean A y B dos conjuntos, conjunto A ∩ B es el que tiene los elementos comunes de A y B.

Diferencia, sean A y B dos conjuntos, el conjunto A - B es el que tiene los elementos de A que no pertenecen a B.

Complemento, el conjunto A, su complemento es el conjunto Ac que contiene todos los elementos que no pertenecen a A.

Diferencia simétrica, sea A y B dos conjuntos, el conjunto A Δ B es que tiene los elementos que pertenecen, o bien a A, o bien a B, pero no a ambos a la vez.

Producto cartesiano, el producto cartesiano de los conjuntos A y B es el conjunto A X B de los pares ordenados (a, b) donde a pertenece a A y b pertenece a B.

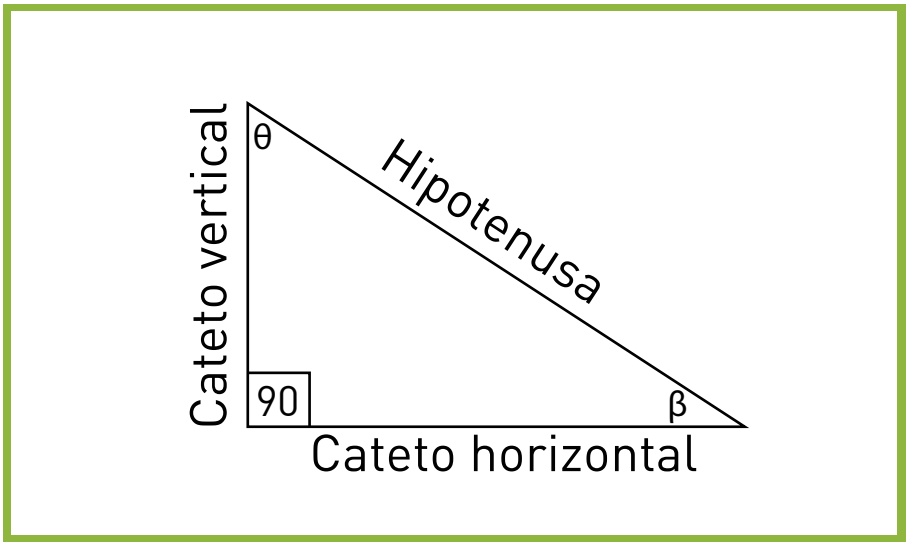
2.2. Trogonometría y números complejos.

En esta sección estudiará las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, y su relación con número complejo.

Lo anterior, le servirá de forma objetiva en la aplicación de razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en la resolución de problemas relativos a cálculos de alturas, distancias y ángulos.

También, lo podrá poner en juego con números complejos en la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta los aspectos relacionados con la trigonometría y contextualizados en la especialidad.

Triángulo rectángulo, es una figura geométrica de tres lados, con un ángulo interno de 90 grados o recto y dos agudos (θ y β), el lado más largo se denomina hipotenusa y el resto catetos.



En el anterior triángulo, se establecen relaciones que facilitan la determinación de las principales razones trigonométricas considerando que la longitud de la hipotenusa es c, la del cateto horizontal es a y la del vertical es b, las que a continuación se explicitan:

$$\sin\theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c} \qquad \csc\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{c}{b}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c} \qquad \sec\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{c}{a}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{b}{a} \qquad \cot\theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{a}{b}$$

Número complejo, viene dado por un par de números reales, que se representan como la suma de un número real y un número imaginario (representado con i que equivale $\sqrt[2]{-1}$).

Las principales operaciones que se realizan con números son la suma, la resta, la multiplicación y la división, las que se indican enseguida.

LA SUMA

La suma de números complejos se realiza sumando las partes reales y las partes imaginarias entre sí, como se muestra a continuación:

$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

LA RESTA

La resta de números complejos se realiza restando las partes reales y las partes imaginarias entre sí, como se muestra a continuación:

$(a + bi) – (c + di) = (a – c) + (b – d)i$

LA MULTIPLICACIÓN

La multiplicación los números complejos se realiza aplicando la propiedad distributiva del producto respecto de la suma y teniendo en cuenta que $i2 = –1$.

$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac – bd) + (ad + bc)i$

LA DIVISIÓN

La división de números complejos se realiza multiplicando numerador y denominador por el conjugado de este, como se explica enseguida:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc+ad}{c^2+d^2}$$

2.3. Patrón lógico inductivo.

En esta sección estudiará patrón lógico inductivo para que pueda enfrentarse a un problema, conjeturar y reconociendo conceptos involucrados para proponer posibles soluciones, argumentando sus propuestas con fundamentos. A continuación, encontrará una aproximación conceptual de este tema.

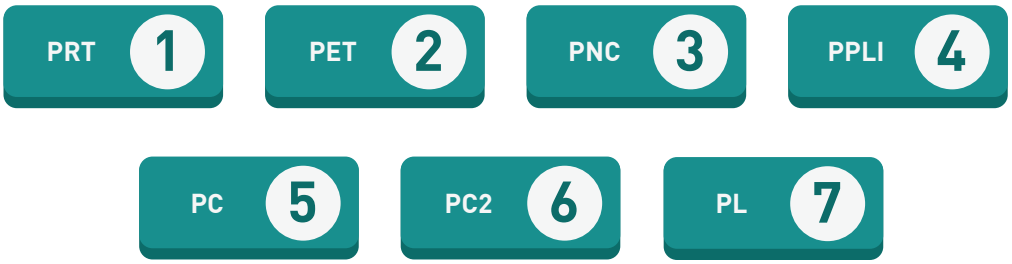
Una definición sintética de lo que entendemos por razonamiento inductivo, es un proceso que lleva a obtener una conclusión general a partir de premisas específicas o particulares, es decir, es el proceso de observar datos, reconocer un patrón, y hacer conjeturas o generalizaciones basándose en éste.

3. Practiquemos lo estudiado.

En este apartado encontrará el planteamiento y solución de situaciones problemas sobre lo que estudio en los apartados uno y dos para que ponga en juego lo aprendido.

Es preciso, estudiar otras fuentes y ejemplos que traten el mismo contenido para que tenga una visión amplia y fundamente mejor su conocimiento matemático y así fortalezca su proceso de preparación en la presentación de la prueba de razonamiento cuantitativo.

Le invito a que observe y revise cómo se resuelven situaciones problema sobre razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en cálculos de alturas, distancias y ángulos. Los números complejos teniendo en cuenta aspectos relacionados con la trigonometría, y de patrón lógico inductiva, de conjuntos y lógica.



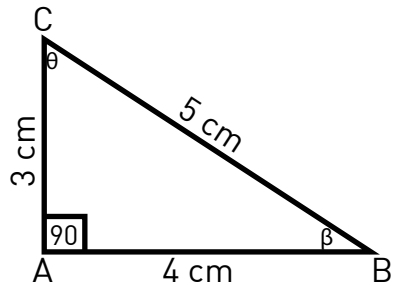
1

PROBLEMA DE RAZÓN TRIGONOMÉTRICA

Hallar las razones trigonométricas del ángulo θ en el siguiente triángulo:

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

PROBLEMA DE RAZÓN TRIGONOMÉTRICA



PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

Para encontrar las razones trigonométricas aplicamos lo visto en la sección en trigonometría y número complejo, lo hacemos, asi:

$$\sin\theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{4}{5} \qquad \csc\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{5}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{3}{5} \qquad \sec\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{5}{3}$$

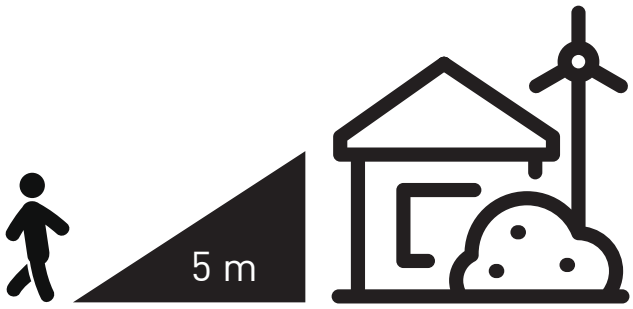
$$\tan\theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{4}{3} \qquad \cot\theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{3}{4}$$

2

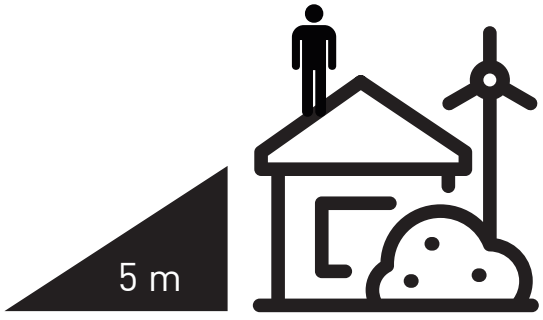
PROBLEMA DE ECUACIÓN TRIGONOMÉTRICA

Carlos sube por una rampa de 5 m hasta el tejado de su casa. Estando ahí, mide la visual entre su casa y la rampa, resultando ser de 60°. Calcula la altura de la casa y el ángulo que hay entre la rampa y el suelo.

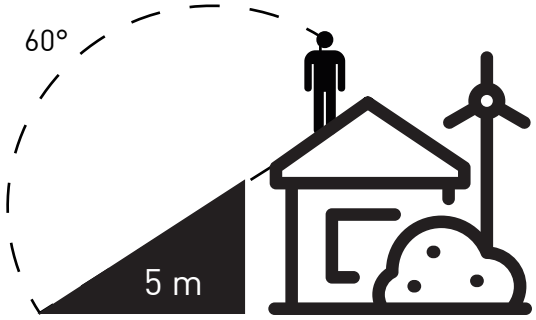
ILUSTRACIÓN



Carlos sube por una rampa de 5 m hasta el tejado de su casa.



Estando ahí, mide la visual entre su casa y la rampa, resultando ser de 60°

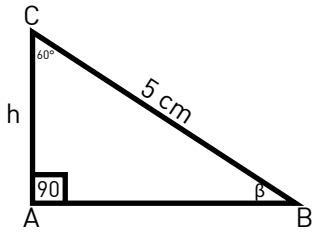


Calcula la altura de la casa y el ángulo que hay entre la rampa y el suelo.

PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

Para hallar la altura y el ángulo a la distancia dada aplicamos lo visto en la sección en trigonometría y número complejo, primero representamos los datos, así:



PROCESO DE SOLUCIÓN

Nombramos a la altura de la casa y β al ángulo que hay entre la rampa y el suelo. Tomamos que los ángulos internos de todo triángulo es 1800 . com lo que obtenemos la siguiente ecuación, 90° + 60° + β = 180° → β = 30° Calculamos la altura, así, cos (600) = h/5 despejando h de la ecuación y obtenemos que la altura de la casa de Carlos es 2.5 m.

3 PROBLEMA DE NÚMERO COMPLEJO

Expresar en la forma trigonométrica el número complejo, $z = \sqrt[2]{2} - \sqrt[2]{2i}$

PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

La expresión trigonométrica de un número complejo está dado por la fórmula siguiente: $z=r_1(\cos\theta+i\sin\theta)$ por tanto se requiere hallar el módulo y el argumento.

- El primero es: $r_1 = \sqrt[2]{((\sqrt[2]{2})-(\sqrt[2]{2})^2)} = 2$
- El segundo, se encuentra primero con: $tang\beta = \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2}} = 1$, es decir, $\beta = Arctang(1) = \frac{\pi}{4}$. Donde $\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4} - \frac{7\pi}{4}\ ,\ 0 - \frac{\pi}{4}$

PROCESO DE SOLUCIÓN

Para expresar el número en forma trigonométrica sustituimos los valores que hemos obtenido, así:

a. $\sqrt[2]{2} - \sqrt[2]{2i} = r_1 2\,(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4}))$ o

b. $\sqrt[2]{2} - \sqrt[2]{2i} = r_1 2\,(\cos(\frac{7\pi}{4}) + i\sin(\frac{7\pi}{4}))$

4

PROBLEMA DE PATRÓN
LÓGICO INDUCTIVO

Hallar una expresión general de los términos que se dan en el siguiente orden $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$,.... Luego, encontrar el término 100.

PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

Se buscan similitudes y diferencias entre los términos, y observamos lo siguiente:

a. Todos los numeradores es 1.
b. Todos los términos de los denominadores son impares.
c. Cada denominador es mayor que el anterior.

Al Generalizar las observaciones, se asume que cada término del denominador va a ser mayor por 2 que el término denominador anterior y continúan siendo impares.

PROCESO DE SOLUCIÓN

Se escribe la conjetura. Como el problema pide el hallar una expresión general o enésimo término, queremos una expresión algebraica que conecte la posición de cada término en la secuencia con el valor del término. Luego tenemos los siguientes denominadores son 3, 5, 7 y 9. Ahora veamos

a. El primer término es 3.
b. El segundo término es 5.
c. El tercer término es 7.

PROCESO DE SOLUCIÓN

Se observa que el valor del siguiente término se suma 2. Se intentamos a multiplicar por 2 cada término obtenemos:

a. El primer término 1 x 2 = 2
b. El segundo término 2 x 2 = 4
c. El tercer término 3 x 2 = 6
d. El cuarto término 4 x 2 = 8

PROCESO DE SOLUCIÓN

Al observar cada uno de los cuatro, son menor en 1. Por lo anterior, se puede expresar de forma general así: $Sn = \frac{1}{2n+1}$

Finalmente, hallamos lo que se pide el enseguida, el centésimo término, el cual es $Sn = \frac{1}{201}$

5 PROBLEMA DE CONJUNTO

¿Cuántos elementos hay en el conjunto {plato, vaso, taza}?

ILUSTRACIÓN

PROBLEMA DE CONJUNTO



PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

Hay tres elementos, que tienen en común ser elemento de cocina.

6

PROBLEMA DE CONJUNTO 2

Sean los conjuntos A y B como se explicita cada uno, A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}; B = {2, 4, 6, 8, 10}. Hallar AUB y A∩B

PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

De acuerdo a lo estudiado en sección conjuntos, la unión de dos conjuntos es el resultado de los que están en A y en B por tanto AUB = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10}, y la intersección son los que se encuentran en A y en B por lo que A∩B = {2, 4, 6}.

7 PROBLEMA DE LÓGICA

En la proposición, 7 es un número impar y es un entero positivo. Determine las promociones p y q.

PROCESO DE SOLUCIÓN

PROCESO DE SOLUCIÓN

Al observar encontramos que la proposición está dada por: p = 7 es un número impar y q = es entero positivo.

5. ACTIVIDAD DIDÁCTICA

Sea p el perímetro de un triángulo equilátero. Encuentre la fórmula de la función del área: A, en términos de p. ¿Cuál es la variable independiente de este modelo?

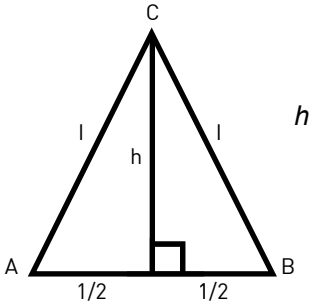
PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Un triángulo equilátero tiene sus lados iguales y los ángulos internos también. Ahora, apliquemos el teorema de Pitágoras y despejamos la altura, como se muestra a continuación:

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN



$$h^2 = l^2 - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$h = \sqrt[2]{\frac{3}{4}l^2} = \frac{1}{2}\sqrt[2]{3}$$

PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Perímetro es la suma de los lados por tanto. p = 3l, despejando l tenemos l =p/3.

El área de triángulo es el producto de la base por la altura dividido dos por lo que tenemos, A = l x h/2, sustituyendo la h tenemos $A = \frac{l\left(\frac{1}{2}\sqrt[2]{3}\right)}{2} = \frac{l^2}{4}\sqrt[2]{3}$

PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Sustituyendo l por su valor obtenemos, $A = \frac{((\frac{p}{3})^2)\sqrt[2]{3}}{4}$. Por tanto, la expresión general o función del área en terminos de p es, $A(p) = \frac{p^2}{36}\sqrt[2]{3}$, y la variable independiente es el perímetro.

6. GLOSARIO

Ángulo: figura geométrica formada por dos rectas o dos planos que se cortan respectivamente en una superficie o en el espacio.

Competencia: pericia, aptitud o idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado.

Ecuación: igualdad que contiene una o más incógnitas.

Función: relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento del primero un elemento del segundo o ninguno.

Habilidad: cada una de las cosas que una persona ejecuta con gracia y destreza.

Inductivo: extraer, a partir de determinadas observaciones o experiencias particulares, el principio general implícito en ellas.

Interpretar: explicar o declarar el sentido de algo, y principalmente el de un texto.

Matemática: ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

Modelo: esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

Patrón: modelo que sirve de muestra para sacar otra cosa igual.

Proposición: enunciación de una verdad demostrada o que se trata de demostrar.

Razón: cociente de dos números o, en general, de dos cantidades comparables entre sí.

Tecnología: Conjunto de teorías y de técnicas que permiten el aprovechamiento práctico del conocimiento científico.

Trigonometría: estudio de las relaciones numéricas entre los elementos que forman los triángulos planos y esféricos.

7. RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS

VASCO U., Carlos E. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Colombia 2010. http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf [Consulta: 08 de marzo de 2016

Números Complejos y Trigonometría http://quiz.uprm.edu/tutorials_master/complx_trig/cmplxtrig_right.xhtml (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Números complejos en forma trigonométrica: producto y cociente http://www.sangakoo.com/es/temas/numeros-complejos-en-forma-trigonometrica-producto-y-cociente (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Teoría de conjuntos https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_conjuntos (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Razonamiento Inductivo. http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L1_T3_text_final_es.html (Consultado el 26 de febrero de 2016)

Razonamiento inductivo http://math.kendallhunt.com/documents/dg3/condensedlessonplansspanish/dg_clps_02.pdf (Consultado el 26 de febrero de 2016)

Matemática I. http://siga3.inacap.cl/aapedescriptor/showasig_moodle.aspx?idasig=MATB02 (Consultado el 26 de febrero de 2016)

8. CONTROL DE DOCUMENTO

OBJETO DE APRENDIZAJE	Competencias matemáticas, modelación, lógica, conjuntos y trigonometría.
Desarrollador de contenido Experto temático	Hugo García Calderón
Asesor Pedagógico	Rafael Neftalí Lizcano Reyes Claudia Milena Hernandez Naranjo
Productor Multimedia	Antonio Vecino Valero Victor Hugo Tabares Carreño
Programadores	Daniel Martínez Díaz
Líder Expertos Temáticos	Hugo García Calderón
Líder Línea de Producción	Santiago Lozada Garces

Atribución, no comercial, compartir igual

Este material puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

Creative Commons

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL, NUMÉRICO Y TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE CONTEO

INTRODUCCIÓN

La intención que se persigue en material de estudio es el desarrollo de las capacidades y habilidades para la toma de decisiones en la solución de problemas en contexto.

El conocimiento matemático relaciona el cálculo y las habilidades del pensamiento, presentes en las relaciones y tareas que se hacen diariamente. Este proceso es primordial en el desarrollo de las competencias matemáticas ya que articulan los procesos cognitivos para enfrentar la solución de situaciones problema.

En este material se estudiará el pensamiento espacial, numérico, técnicas de estadística y conteo, se incorporan aspectos como la habilidad de interpretar y representar, de formular, ejecutar y de argumentar situaciones a partir de lo tratado y de los problemas resueltos.

Lo presentado responde al desarrollo de competencias que exige la prueba Saber Pro, como son: interpretar, formular, ejecutar y argumentar, fundamentadas en las habilidades y capacidades que debe poseer una persona para desenvolverse en contextos de la vida cotidiana.



ESTRUCTURA DE CONTENIDOS

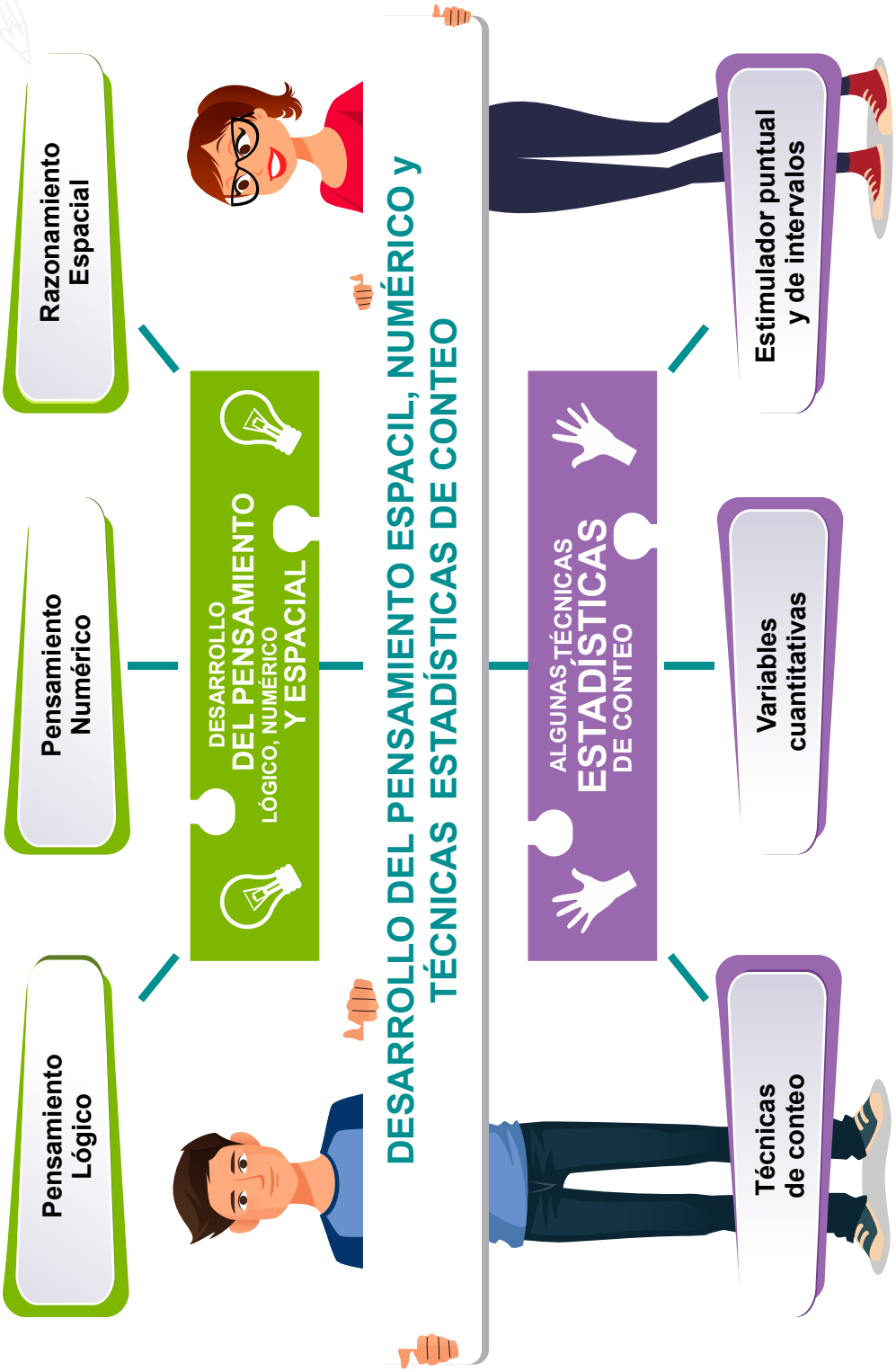
1. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO, NUMÉRICO Y ESPACIAL ..... PAG 4

1.1 PENSAMIENTO LÓGICO ..... PAG 4
1.2 RAZONAMIENTO NUMÉRICO ..... PAG 6
1.3 RAZONAMIENTO ESPACIAL ..... PAG 8

2. ALGUNAS TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE CONTEO ..... PAG 9

2.1 TÉCNICAS DE CONTEO Y MUESTREO ..... PAG 9
2.2 ESTIMADOR PUNTUAL Y DE INTERVALOS ..... PAG 11
2.3 VARIABLES CUANTITATIVAS ..... PAG 12

MAPA TEMÁTICO



DESARROLLO DE CONTENIDOS

1. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO, NUMÉRICO Y ESPACIAL

En este apartado estudiará el pensamiento lógico, una habilidad que requiere desarrollar para resolver problemas de matemáticas básicas que enfrentará en variedad de contextos entre ellos el laboral y el cotidiano.

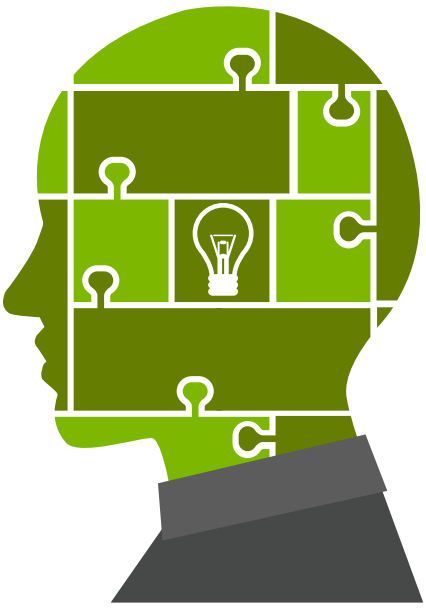
También se revisará el pensamiento numérico como una capacidad de entender el número con sus diferentes relaciones, sus magnitudes, lo geométrico, lo variacional y lo aleatorio. También el pensamiento espacial, vinculado a lo métrico, a lo geométrico y lo temporal.

1.1 PENSAMIENTO LÓGICO

En la actualidad el pensamiento lógico es propio del conocimiento de todas las disciplinas y áreas del saber, aunque es desde la matemática donde se ha estudiado en rigor para sus sistemas y estructuras.

Desde lo coloquial, se denomina lógica como un proceso mental que deriva en una conclusión coherente sin contradicciones. Dentro de la filosofía tiene diferentes vertientes que la han estudiado, con argumentaciones que desembocan en distintas concepciones filosóficas.

Desde una perspectiva matemática y con el objeto de estudio de razonamiento cuantitativo, la lógica se ocupa de estudiar las proposiciones, junto con los objetos matemáticos y geométricos que intervienen en sus relaciones.



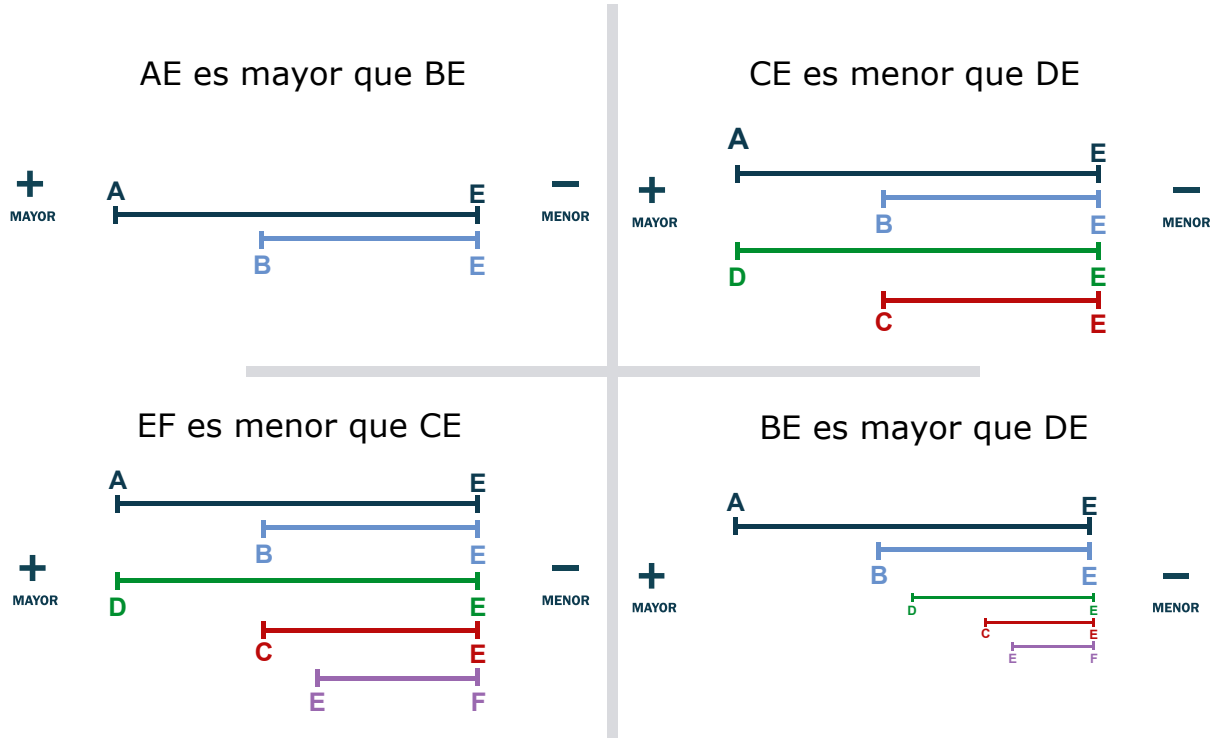
Ahora, el pensamiento lógico en la solución de problemas, se ocupa de fomentar habilidades para la realización de inferencias, generalizaciones y uso de distintas estrategias para derivar en un resultado.

EJEMPLO No 1 DE PENSAMIENTO LÓGICO.

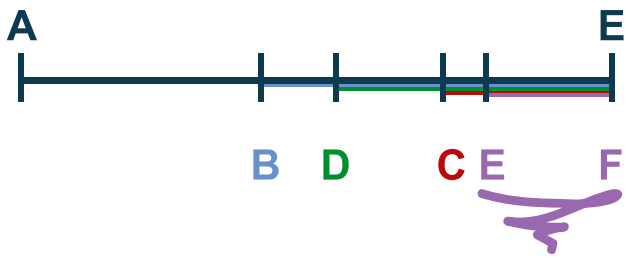
El segmento AE es mayor que BE, CE es menor que DE, EF es menor que CE y BE es mayor que DE: Entonces:

A. BE es menor de todos
B. DE es el menor de todos
C. EF es el menor de todos
D. DE es menor que CE

PROCESO DE SOLUCIÓN. Ubicando los segmentos en una línea recta, se observa lo siguiente:



De dónde se deduce que EF es el menor de todos por tanto la respuesta es C



1.2 RAZONAMIENTO NUMÉRICO.

Razonamiento, numérico es aquel que se vincula al campo del pensamiento numérico desde la perspectiva de la interpretación y comprensión del número y sus operaciones básicas para la solución de problemas en el contexto de la vida cotidiana.

Este es el que posibilita el fomento de habilidades para interactuar en la construcción de la operatividad del cálculo, de forma que se le facilite y sea eficiente en su realización. También, encontrar las relaciones del algoritmo numérico para resolver de forma instantánea situaciones donde este sea eficaz. Igualmente, asignar el número a los datos y los objetos.

Lo antes enunciado es la caracterización sobresaliente del razonamiento numérico, para su mejor entendimiento a continuación, se realizarán dos ejemplos, que confirman lo antes explicitado.

EJEMPLO No 1 DE RAZONAMIENTO NUMÉRICO.

Por 11 horas de trabajo, a un Aprendiz del SENA, le prometen pagar $38.995 y un regalo adicional.
Él se retiró luego de 7 horas de trabajo, por lo que recibió $25.815 incluido el regalo. ¿Cuál es el valor del regalo?

A. $1100
B. $1000
C. $1200
D. $1082

PROCESO DE SOLUCIÓN. La respuesta correcta es B, cuáles fueron las operaciones que hizo para llegar a ese resultado.

Las operaciones que se realizan, son:
1. Una división para hallar el valor de una hora, es decir:



11 Horas = $38.995 **7 Horas** = ($25.815 + Regalo)

$$\frac{\$38.995}{11} = \$\ 3.545$$

2. Hallado el valor de la hora, se realiza una multiplicación del valor calculado por las siete horas que trabajó:

$$\$3.545 \text{ X } 7 = \$2.4815$$

3. Finalmente se hace una diferencia, lo recibido por el aprendiz menos el costo de las siete horas será el valor del regalo, es decir:

$$\$25.815 - \$2.4815 = \$1.000$$

4. La respuesta correcta es la B.

EJEMPLO No 2 DE RAZONAMIENTO NUMÉRICO.

Si al realizar la operación de multiplicación 270 x 30 da 8100. ¿Cuánto aumenta el resultado si cada factor se aumenta en 2 unidades?

A. 140
B. 1170
C. 604
D. 1245

PROCESO DE SOLUCIÓN. Si la respuesta correcta es C, cuáles fueron las operaciones que hizo para llegar a ese resultado

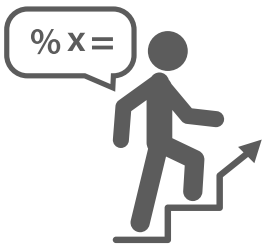
Las operaciones que se realizan son: un producto y una diferencia.

1. Se recalcula el producto teniendo en cuenta el aumento de dos unidades:

$$270 \text{ x } 30 = 8{,}100$$
$$270 \text{ (+2) x } 30 \text{ (+2)}$$
$$272 \text{ x } 32 = 8{,}704$$

2. Se calcula la diferencia entre el nuevo resultado y el anterior:

$$270 \text{ x } 30 = 8{,}100$$
$$272 \text{ x } 32 = 8{,}704$$
$$8704 - 8100 = 604$$



3. La respuesta correcta es la C.

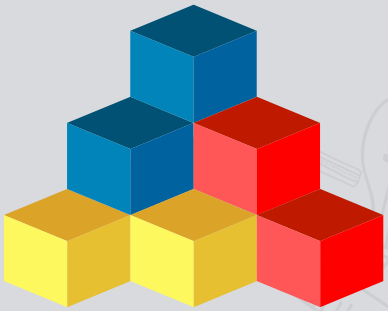
1.3 RAZONAMIENTO ESPACIAL

De acuerdo al MEN (1998), el pensamiento espacial es el "conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales".

Lo anterior indica, que es una habilidad para distinguir, transformar, y construir los objetos del espacio. Posibilita, hacer representaciones de los objetos comunes y de difícil forma, encontrar patrones para resolver situaciones problema de la forma en cualquier dimensión mediante su imagen o dibujo.

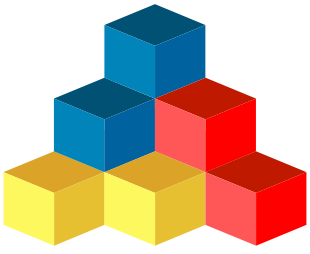
EJEMPLO No 1 DE RAZONAMIENTO ESPACIAL.
¿Cuántos cubos hay en la figura que se muestra a continuación?

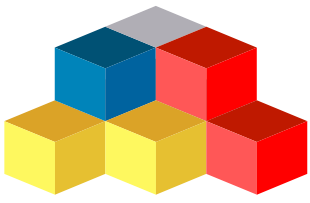
A. 16
B. 23
C. 10
D. 19

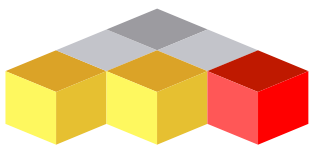


PROCESO DE SOLUCIÓN. Si, la respuesta correcta es C, ¿cuál fue el proceso que hizo para llegar a ese resultado?.

1. Se debe observar cuales son los cubos visibles, 2 amarillos, 2 rojos y 2 azules.
2. Para lograr la disposición presentada se debe calcular cuántos cubos no están visibles en el gráfico. Esta revisión permita determinar que se existen 4 cubos atrás de los representados con colores.
3. Entonces los cubos visibles son 6 y 4 los que no son visibles, lo que en total da 10 cubos.







2. ALGUNAS TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE CONTEO

Este apartado estudiará las principales técnicas de muestreo y conteo. Las primeras, como el principio de suma, de multiplicación, de permutación y de combinación; las segundas, como la técnica de reemplazo, la de sin reemplazo, la de no aleatorio y, la de aleatorio. También, se abordará una aproximación a los conceptos de variable discreta, variable continua, y los estimadores, puntual y por intervalos.

2.1. TÉCNICAS DE CONTEO Y MUESTREO

TÉCNICAS DE CONTEO.

Las técnicas de conteo se utilizan para enumerar eventos que de otro modo son difíciles de cuantificar. Algunas de las técnicas de conteo utilizadas son: el principio de multiplicación, el de la suma, el de permutación y el de combinación, a continuación, se explicita cada uno con su ejemplo correspondiente

Principio de la suma.
Se caracteriza a partir de la ocurrencia de un evento A de n maneras y otro B qué sucede de m maneras, luego el número de maneras posibles que se da ocurrencia de A o B es n + m.

Ejemplo. Tenemos tres sitios distintos para comer pescado; dos para comer pollo y cuatro para sancocho de res. ¿A cuántos diferentes lugares podemos ir a almorzar?

Solución. 3 + 2 + 4 = 9 diferentes lugares.

Principio de la multiplicación.
Se caracteriza de la ocurrencia, que un evento A puede suceder de n1 maneras y una vez que ocurrió, otro evento B puede n2 maneras diferentes. Entonces el número total de formas que ambos pueden ocurrir en el orden indicado, es igual a n1 x n2

Ejemplo. Un aprendiz SENA tiene tres sombreros y cuatro pulseras. Si piensa usar un sombrero y una pulsera para ir a un encuentro, ¿cuántas diferentes combinaciones puede hacer?

Solución. 3 x 4 = 12 diferentes combinaciones un sombrero - una pulsera.

Principio de permutación.
Se caracteriza por seleccionar de r maneras de un todo que tiene n cosas para elegir, en tal caso las permutaciones vienen dadas por la siguiente fórmula:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo. ¿Cuántos equipos de microfútbol se pueden formar con un grupo de 10 jugadores, si se sabe que cada equipo está integrado por 4 jugadores y cualquiera de ellos puede ocupar la posición que sea?

Solución. Usando la fórmula de combinaciones, tenemos n = número total de objetos que es 10 y r el número de objetos a seleccionar 4.

$$20P3 = \frac{20!}{17!} \qquad 20P3 = \frac{2.432.902.008.176.640.000}{355.687.428.096.000} \qquad 20P3 = 6.840$$

"Es decir, 6.840 formas de hacerlo"

Principio de combinación.
Se caracteriza por seleccionar objetos de un todo sin importar el orden en que se haga. La fórmula que se usa para encontrar las combinaciones es:

$$nCr = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Ejemplo. ¿Cuántos equipos de microfútbol se pueden formar con un grupo de 10 jugadores, si se sabe que cada equipo está integrado por 4 jugadores y cualquiera de ellos puede ocupar la posición que sea?

Solución. Usando la fórmula de combinaciones, tenemos n = número total de objetos que es 10 y r el número de objetos a seleccionar 4.

$$10C4 = \frac{10!}{4!\,(10-4)!} \qquad 10C4 = \frac{10!}{4!\,(6)!} \qquad 10C4 = \frac{3.628.800}{24\,(720)}$$

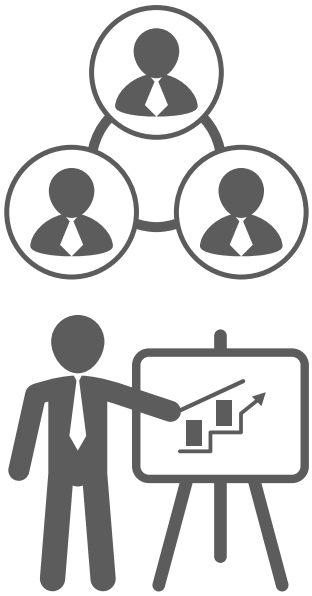
$$10C4 = 210$$

"existen 210 formas de conformar equipos de microfútbol"

TÉCNICAS DE MUESTREO.

De acuerdo a Canal (2006), las técnicas de muestreo las caracteriza como:

"Un conjunto de técnicas estadísticas que estudian la forma de seleccionar una muestra representativa de la población, es decir, que represente lo más fielmente posible a la población a la que se pretende extrapolar o inferir los resultados de la investigación, asumiendo un error mesurable y determinado".



De las cuales definiremos las cuatro más conocidas:

1. muestreo con reemplazo, se utiliza para tomar un elemento más de una vez.
2. muestreo sin reemplazo, se utiliza para tomar un elemento por solo una vez.
3. muestreo no aleatorio, se utiliza cuando con todos los elementos de la población no tienen la misma probabilidad de ser tomados.
4. muestreo aleatorio, se utiliza cuando con todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser tomados.

2.2. ESTIMADOR PUNTUAL Y DE INTERVALOS

Para iniciar la aproximación de los conceptos de estimador puntual y estimador por intervalos, consideramos que un estimador es un método para acercar un valor o valores pertenecientes a una población, a uno preciso.

Un estimador puntual, es el valor que se asigna a un parámetro poblacional desconocido, como puede ser, la media, o la desviación estándar, es un número que se usa para acercar el verdadero valor, según el requerimiento de la situación se puede averiguar por el estimador puntual de la media, de la varianza y de la proporción. .

Un estimador por intervalos, precisa de cómo, hallar dos valores a y b por medio de una muestra para establecerlos en un intervalo [a, b]

2.3 VARIABLES CUANTITATIVAS

Una variable tiene unas características o cualidades que poseen los elementos o individuos de cierta población. En cuanto, las que se clasifican como cuantitativas son las discretas y las continuas

Una variable discreta es aquella que toma un valor exacto o un número entero. Un ejemplo de ésta es: número de aprendices que se forman en el SENA. Otra puede ser: número de pasajeros que viajan en un automóvil.

Una variable continua, se da entre un intervalo de valores donde adquiere su significado. Un ejemplo de ésta es: cantidad promedio de portátiles vendidos durante el día. Otra es: el peso de un aprendiz del SENA.



GLOSARIO

Combinación: cada uno de los subconjuntos de un número determinado de elementos de un conjunto finito dado, que difieren al menos en un elemento,

Construir: hacer algo utilizando los elementos adecuados.

Conteo: cálculo, valoración.

Contexto: entorno físico o de situación, político, histórico, cultural o de cualquier otra índole, en el que se considera un hecho.

Ejercicio: trabajo práctico que en el aprendizaje de ciertas disciplinas sirve de complemento y comprobación de la enseñanza teórica.

Generalizar: abstraer lo que es común y esencial a muchas cosas, para formar un concepto general que las comprenda todas.

Inferir: deducir algo o sacarlo como conclusión de otra cosa.

Intervalo: conjunto de los valores que toma una magnitud entre dos límites dados.

Objeto: todo lo que puede ser materia de conocimiento o sensibilidad de parte del sujeto, incluso este mismo.

Pensamiento: conjunto de ideas propias de una persona, de una colectividad o de una época.

Permutación: cada una de las ordenaciones posibles de los elementos de un conjunto finito.

Temporal: que pasa con el tiempo, que no es eterno

BIBLIOGRÁFIA

Canal Díaz, Neus. Técnicas de muestreo. Sesgos más frecuentes. 2006. http://www.revistaseden.org/files/9-CAP%209.pdf. Consultado 09 de marzo de 2016

UNID. Universidad Interamericana para el Desarrollo. Estadística para la toma de decisiones
http://moodle2.unid.edu.mx/dts_cursos_mdl/pos/ME/TD/S06/TD06_Lectura.pdf
Consultado 9 de marzo de 2016

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MÁTEMÁTICAS
http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf consultado 06 de marzo de 2016

Estimación puntual y estimación por intervalos de confianza
http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Estimacion_IC.pdf

Probabilidad
http://probabilidadestadistic.blogspot.com.co/2010/09/tecnicas-de-conteo.html (Consultado 29 de febrero)

Cobo, B., y Batanero, C. (2004). Razonamiento numérico en problemas promedios. Consultado el 8 de marzo de 2016, en:
http://revistasuma.es/IMG/pdf/45/079-086.pdf

Real Academia Española. (2016). Consultado el 10 de marzo de 2016, en: http://www.rae.es/

CONTROL DE DOCUMENTO

OBJETO DE APRENDIZAJE	DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL, NUMÉRICO Y TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE CONTEO
Desarrollador de contenido Experto temático	Hugo García Calderón
Asesor Pedagógico	Rafael Neftalí Lizcano Reyes Claudia Milena Hernandez Naranjo
Productor Multimedia	Oscar Ivan Uribe Ortiz Victor Hugo Tabares Carreño
Programadores	Daniel Martínez Díaz
Líder Expertos Temáticos	Hugo García Calderón
Líder Línea de Producción	Santiago Lozada Garces

Atribución, no comercial, compartir igual

Este material puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

Creative Commons